

Universidad de Costa Rica
Sede de Occidente, Recinto de San Ramón
Departamento de Ciencias Naturales
Programa del curso
MA0552 Introducción a la Topología
I Ciclo 2025

Datos Generales.

Sigla: MA0552.

Nombre del curso: Introducción a la Topología.

Tipo de curso: Bajo Virtual

Número de créditos: 5 créditos.

Número de horas semanales presenciales: 5 horas.

Requisitos: MA0551 Principios de Análisis II.

Ubicación en el plan de estudio: V año, I semestre.

Horario del curso: Lunes de las 14:00 a las 15:50. Jueves de las 13:00 a las 15:50.

Profesor: Héctor Barrantes González

Correo: hector.barrantes@ucr.ac.cr, hectormbg@gmail.com

Horario de Consulta: Martes: 8:30 a 12:0, Miércoles 13:00 a 17: 00

Descripción del curso.

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA-552: Introducción a la Topología. Este curso está dirigido a estudiantes de licenciatura de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Sede Occidente y que cuentan con conocimientos básicos de análisis matemático. El objetivo principal es estudiar los principales conceptos y resultados que son parte de la Topología, a un nivel elemental e intermedio. En el presente documento encontrará información sobre los aspectos del curso que usted debe conocer, tales como objetivos, contenidos, evaluación y bibliografía, principalmente. Es su derecho y su deber,

estar informado sobre lo que se espera que aprenda en este curso, así como sobre la manera en que será evaluado su aprendizaje. Se le sugiere leer con detenimiento esta carta y consultar sobre cualquier duda que tenga al respecto. El aprendizaje de la Matemática requiere del dominio de los conceptos propios de la materia, así como de gran cantidad de práctica. Se debe poner especial énfasis en comprender los conceptos y en desarrollar las destrezas necesarias para lograr un manejo apropiado de los procesos lógicos, así como para la solución de los ejercicios. La responsabilidad de llevar el curso con éxito es compartida. De usted, como estudiante, del cual se espera una actitud positiva que le permita llevar a cabo su tarea con la dedicación y el esfuerzo necesarios. De parte del docente, en calidad de facilitador del proceso de aprendizaje, pondrá a su disposición sus conocimientos, así como el mayor empeño. Desde ya, se le desea el mejor de los éxitos durante este ciclo lectivo.

Objetivos generales

1. Introducir los conceptos básicos de la topología.
2. Dar una visión amplia de los métodos topológicos.
3. Desarrollar la capacidad de abstracción.
4. Manejar el lenguaje topológico.

Objetivos Específicos

Con respecto a los objetivos específicos, se pueden indicar los siguientes:

1. Conocer las propiedades básicas de espacios métricos.
2. Estudiar distintos conceptos dentro de la estructura de espacio métricos.
3. Conocer las propiedades básicas de espacios topológicos.
4. Estudiar el significado topológico de conceptos fundamentales como cerradura, interior, adherencia, continuidad, entre otros.
5. Generalizar los tópicos de continuidad y convergencia.
6. Detallar sobre conjuntos compactos, conjuntos conexos.
7. Dar una introducción básica de propiedades de separación.

8. Manipular en forma correcta los conceptos compacidad, conexidad y continuidad en espacios topológicos.
9. Manipular en forma correcta los conceptos de base, espacio primero y segundo numerable y topología producto.
10. Estudiar el concepto de homeomorfismo.
11. Estudiar el concepto de topología cociente.
12. Introducir la teoría de homotopía.

Contenidos del Curso:

Capítulo 1. Breve introducción a la teoría de conjuntos y numerabilidad (3 semanas)

1. Conjuntos y subconjuntos, operaciones con conjuntos. Leyes de De Morgan.
2. Colecciones de conjuntos, operaciones con colecciones de conjuntos, leyes de De Morgan con colecciones de conjuntos.
3. Relaciones, producto cartesiano, relaciones de orden, relaciones de equivalencia, particiones y conjunto cociente.
4. Funciones, función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva, función inversa.
5. Conjuntos finitos. Cardinalidad.
6. Equipotencia y numerabilidad.

Capítulo 3. Topología en espacios métricos. (3 semanas)

1. Definición y ejemplos de espacio métricos.
2. Conjuntos abiertos y cerrados.
3. Operaciones con colecciones de abiertos y cerrados.
4. Interior, frontera, adherencia y clausura de un conjunto.
5. Sucesiones, subsucesiones y sucesiones de Cauchy.

6. Espacios métricos completos.
7. Conjuntos compactos.
8. Conjuntos conexos.
9. Funciones continuas, funciones continuas y convergencia de sucesiones, continuidad y compacidad, continuidad y conexidad.

0.0.1. **Capítulo 3. Espacios topológicos.(10 semanas)**

1. Definición y ejemplos de espacios topológicos.
2. Topología indiscreta, discreta, de complementos finitos, de complementos numerables. Topología relativa (subespacios topológicos).
3. Interior, frontera adherencia y clausura de un conjunto.
4. Axiomas de separación. Espacio T_1 , de Hausdorff (T_2), Regular (T_3) y normal (T_4).
5. Conjuntos compactos. Continuidad y compacidad.
6. Conjuntos conexos. Continuidad y conexidad. Conjuntos arcoconexos.
7. Funciones continuas. Continuidad y compacidad. Continuidad y conexidad. Topología cociente.
8. Subconjuntos densos.
9. Base de un espacio topológico. Espacio primero y segundo numerable.
10. Topología producto.
11. Homeomorfismos.
12. Curvas homotópicas y grupo fundamental (Breve introducción).

Metodología:

El curso contemplará principalmente:

1. Una participación expositiva por parte del docente, con la respectiva atención a las interrogantes que tengan los y las estudiantes

2. Cada estudiante, con la asesoría del profesor llevará la exposición de algunos contenidos del curso. Esta exposición puede abarcar más de una lección.
3. Para garantizar la comunicación continua y permanente se utilizarán medios de comunicación electrónicos o virtuales (teléfono, videoconferencia, chats, mensajería instantánea, etc). Se priorizará el uso de la plataforma oficial de docencia asistida por tecnología de la Universidad, <http://mediacionvirtual.ucr.ac.cr>

Cronograma

Se advierte que las fechas propuestas a continuación son provisionales, su variación o ratificación quedan sujetas a criterios del docente.

Semana	Actividad
1-3	Capítulo 1
4-6	Capítulo 2
7-16	Capítulo 3

Evaluación:

1. Se realizarán dos exámenes parciales y una exposición
2. El primer y segundo parcial tendrán un valor de 30% de la nota del curso cada uno. La exposición tendrá un valor de 25% de la nota del curso. El trabajo escrito correspondiente a la exposición tendrá un valor de 15 %.
3. Los temas por evaluar en cada examen parcial pueden variar según considere el docente.
4. Cronograma de exámenes

Descripción	Fecha	
I Examen Parcial	Jueves 8 de mayo 1 pm	30 %
II Examen Parcial	Jueves 3 de julio 1pm	30 %
Examen de ampliación	Lunes 14 de julio 9am	

5. Este es un curso teórico. Los exámenes parciales contemplarán principalmente análisis matemático correspondiente al área de topología. Esto significa que los y las estudiantes deberán enfrentarse a ejercicios en los que deberán hacer demostraciones, las cuales requieren una comprensión más profunda de los contenidos que se evalúan.

6. **Sobre las reposiciones:**

- a) La aplicación de los exámenes de reposición está sujeta a lo dispuesto en el artículo 24 del reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica, el cual se cita a continuación:

Artículo 24. Cuando el estudiante se vea imposibilitado, por razones justificadas, para efectuar una evaluación en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar en cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre normalmente a sus estudios. Esta solicitud debe presentarla ante el profesor que imparte el curso, adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor determine, en los tres días hábiles posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Si ésta procede, el profesor deberá fijar la fecha de reposición, la cual no podrá establecerse en un plazo menor de cinco días hábiles contados a partir del momento en que el estudiante se reintegre normalmente a sus estudios. Son justificaciones: la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito. En caso de rechazo, esta decisión podría ser apelada ante la dirección de la unidad académica en los cinco días hábiles posteriores a la notificación del rechazo, según lo establecido en este Reglamento.

7. **Sobre la exposición**

- a) Cada exposición consiste en impartir una parte de los contenidos del curso y será de forma profesor a cada estudiante.
- b) Las fechas de las exposiciones se establecerán, de acuerdo con el cronograma de curso. Sin embargo, estas pueden variar de acuerdo con el avance en el desarrollo de los contenidos.
- c) Antes de la exposición, el o la estudiante, deberá entregar, al menos una versión preliminar del trabajo escrito que será utilizado en su exposición. Esta entrega debe hacerse al menos un mes calendario, antes de la fecha de exposición. La segunda versión preliminar deberá ser entregada al menos 15 días calendario,

antes de la fecha de Si el o la estudiante no cumple con lo estipulado anteriormente no le será permitido exponer y tendrá calificación 0 (cero) En tal caso, los contenidos correspondientes a la exposición, serán

- d) El docente revisará el documento presentado por el o la estudiante para indicar si deben hacerse correcciones, las cuales deberán efectuarse antes del día de la exposición.
 - e) El estudiante deberá preparar la versión final y entregar una copia al profesor, escrita en formato .tex. No será permitido exponer sin el visto bueno de las correcciones indicadas.
 - f) La calificación del trabajo se dividirá en tres: el trabajo escrito 10 %. Exposición 15 %. Infografía 5 %. De manera opcional, se asigna 5 % a la elaboración de un video sobre el tema de investigación.
 - g) Los criterios (rúbricas) para la evaluación del proyecto de investigación, se les entregará a los y las estudiantes oportunamente.
8. **Sobre la nota de final:** La nota de aprovechamiento (NA) es la suma correspondiente de los porcentajes obtenidos en los tres exámenes parciales.
- a) Si $67,5 \leq NA$ el o la estudiante aprueba el curso.
 - b) Si $57,5 \leq NA < 67,5$ el o la estudiante tiene derecho a realizar examen de ampliación.
 - c) Si $NA < 57,5$ el o la estudiante pierde el curso.

Bibliografía:

1. Amstrong, M.A. **Topología Básica**. Editorial Reverté. S.A. España. 1987.
2. Apostol, Tom. **Análisis Matemático**. Barcelona: Editorial Reverté, 1993.
3. Bartle Robert. **Introducción al Análisis Matemático**. México: Editorial Limusa, 1989.
4. Chandrasekhara Rao, K. **Topology**. Alpha Science International Ltd. Oxford, U.K. 2009
5. Dieudonné, J. **Fundamentos de Análisis Moderno**. Barcelona: Editorial Reverté, 1975.

6. Dugundji, James. **Topology**. Boston: Allyn and Bacon, Inc, 1978.
7. Gamelin, Theodore W y Greene, E. Robert. **Introduction to Topology**. Second Edition. Dover Publications, Inc. New York. 1999.
8. Gemignani, Michael C. **Elementary Topology**. Second Edition. Dover Publications, Inc. New York. 1990.
9. Kelley, John. **General Topology**. Princeton, New Jersey: D. Van Nostrand Company, Inc, 1955.
10. Lang, Serge. **Undergraduate Análisis**. Berlín: Springer Verlag, 1983.
11. Lipschutz. S. **Topología General**. McGraw Hill. 1967
12. Lorente, Chamizo **Topología**. <http://matematicas.uam.es/~fernando.chamizo/>.
13. Munkres, James. **Topología**. Madrid: Prentice Hall, 2002.
14. Muñoz, José M. **Topología básica**. Colombia: Editorial Guadalupe, 2003.
15. Rudín, Walter. **Principios de Análisis Matemático**. México: Mc Graw Hill, 1980.
16. Simmons, George. **Introduction to Topology and Modern Análisis**. New York: McGraw-Hill, 1963.
17. Steen, Lynn Arthur y Seebach, J. Arthur. **Coounterexamples in Topology**. Dover Publications, Inc. New York 1978.



Toda conducta de naturaleza sexual indeseada por quien la recibe, que provoque efectos perjudiciales en el estado general o bienestar personal.

SON MANIFESTACIONES DE HOSTIGAMIENTO SEXUAL:

- Promesa o amenaza, implícita o expresa, relacionada con favores sexuales
- Propuestas o conductas de naturaleza sexual
- Humillaciones u ofensas con palabras, gestos o imágenes
- Acercamientos o formas de contacto físico no deseados
- Intentos de comunicación ajenos a la relación profesional o académica

DENUNCIA

Las denuncias se realizan en forma verbal o escrita, ante la Comisión Institucional Contra el Hostigamiento Sexual (CICHS).

CONTACTOS

Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: 2511-4898

comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr

Defensoría contra el Hostigamiento Sexual: 2511-1909

defensoriahs@ucr.ac.cr





DISCRIMINACION:

- Ataques físicos
- Burlas, bromas ofensivas
- Uso de vocabulario discriminatorio
- Trato diferencial o despectivo
- Exclusión o segregación
- Desinterés o maltrato
- Negación a brindar servicios

DENUNCIA

La denuncia puede presentarse personalmente o mediante correo electrónico ante la Comisión Institucional Contra la Discriminación (CICDI).

Ninguna de las personas involucradas en el proceso podrán sufrir prejuicios.

Si usted ha vivido una situación de discriminación puede acercarse a la Facultad de Ciencias para buscar apoyo.



2511-6345



facultad.ciencias@ucr.ac.cr

