



MA-1003 CÁLCULO III
CARTA A LAS PERSONAS ESTUDIANTES
III CICLO 2023

Modalidad: presencial

Tipo de curso: teórico

Ciclo: 3

Coordinador: José Rosales Ortega^a

Créditos¹: 4

Requisitos: MA-1002

Correquisitos: MA-1004

Horas por semana: 5

^ajose.rosales@ucr.ac.cr

1. Descripción del curso

Este es un curso de cinco horas semanales, con un valor de cuatro créditos. Puede catalogarse como un curso de cálculo avanzado, en el que se extiende a varias variables, los conceptos del cálculo diferencial e integral estudiados en cursos anteriores, para que la persona estudiante pueda aplicarlos oportunamente en los campos de la Física, Ingeniería y la Química. Se hace además una introducción al Cálculo Vectorial, estudiando las integrales de línea y superficie y sus teoremas clásicos de Green, Stokes y Gauss.

Los tópicos de Cálculo III abarcarán los principales temas que incluyen la mayoría de textos tradicionales sobre cálculo en varias variables.

Para el buen desempeño en el curso MA-1003 es necesario tener dominio de los contenidos estudiados en los cursos MA-1001, MA-1002 y MA-1004. Si usted considera que tiene deficiencias en algunos de ellos, es importante que dedique tiempo adicional al estudio de esos conceptos, así como solicitarle a su profesor referencias bibliográficas para el repaso de algún tema o temas en específico.

Se le indica al estudiante que la Escuela de Matemática brinda los llamados Mooc, por sus siglas en inglés, *masive open online courses*, en la siguiente dirección:

<https://moocemateucr.wixsite.com/misitio>

A lo largo del curso nos guiaremos bajo la premisa de que la matemática se aprende haciéndola y no leyéndola; con esto queremos enfatizar que esperamos de parte de la persona estudiante un compromiso real con el trabajo que demandará el curso, y para ayudar a este fin citamos al filósofo alemán Immanuel Kant, el cual apuntaba que deberíamos hacernos las siguientes preguntas: *¿Qué puedo saber?* y *¿qué debo hacer?*

¹Según el Convenio para unificar la definición de crédito en la Educación Superior de Costa Rica y el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (art. 3, inciso c), se define un crédito como la unidad valorativa del trabajo de la persona estudiante, que equivale a tres horas reloj semanales de trabajo del mismo, durante 15 semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por la persona docente.

2. Objetivos

Al finalizar este curso, se espera que cada persona estudiante sea capaz de:

1. Interpretar y manipular geoméricamente ecuaciones algebraicas, sistemas de ecuaciones, ecuaciones vectoriales, intersecciones y proyecciones.
2. Determinar la curvatura y la torsión de una curva suave parametrizada.
3. Aplicar correctamente la regla de la cadena generalizada a la derivación de funciones compuestas e implícitas, y a otros problemas.
4. Determinar los extremos de funciones de dos o más variables sobre dominios abiertos, mediante el criterio del segundo diferencial.
5. Determinar los extremos de funciones de dos o más variables sobre conjuntos cerrados y acotados.
6. Determinar la naturaleza de un punto estacionario de una función, por medio de los menores principales de su matriz hessiana.
7. Determinar, usando el método de Lagrange, los extremos de funciones de varias variables con restricciones de igualdad.
8. Comprender y aplicar las propiedades básicas del cálculo integral en dos y tres dimensiones, directamente o mediante una transformación de coordenadas.
9. Calcular la integral de campos escalares sobre regiones acotadas del plano y del espacio, tanto directamente, como utilizando cambios de variables.
10. Calcular integrales de línea y de superficie y aplicarlas a la resolución de problemas relacionados con los teoremas clásicos del análisis vectorial: los teoremas de Green, de Stokes y de la divergencia de Gauss.

3. Contenidos

Tema 1: Superficies y funciones vectoriales de una variable real.

Rectas y planos en el espacio. Secciones cónicas, superficies cuadráticas, cilindros y conos. Superficies de revolución. Funciones vectoriales de una variable real y ecuaciones paramétricas. Curvas en el espacio, curvas parametrizadas, longitud de arco de una curva. Límites y continuidad, derivadas e integrales. Vectores unitarios tangente, normal y binormal; triedro intrínseco. Componentes tangencial y normal de la aceleración. Curvatura y torsión de una curva. Radio de curvatura.

Tema 2: Derivación parcial y sus aplicaciones.

Funciones de varias variables, campos escalares en dos y tres variables. Límites y continuidad, derivadas parciales, incrementos y diferenciales. Derivadas direccionales y vector gradiente de un campo escalar, derivada direccional a lo largo de una curva. La regla de la cadena. Derivadas de funciones definidas implícitamente por una ecuación o por un sistema de ecuaciones. Extremos de funciones de varias variables; interpretación geométrica. Criterio de la segunda derivada para funciones de dos y tres variables. Clasificación de puntos estacionarios por el método de la fórmula de Taylor, diferenciales de segundo orden. Multiplicadores de Lagrange y problemas de extremo condicionado.

Tema 3: Integrales múltiples.

La integral doble de funciones continuas sobre rectángulos, y su evaluación por integrales iteradas. Integrales sobre otras regiones cerradas y acotadas de \mathbb{R}^2 , realizando cambio en el orden de integración. Cambio del orden de integración en integrales dobles. Cambios de variables lineales, coordenadas polares, elípticas y otras. Cálculo de áreas y volúmenes mediante integrales dobles. Aplicación de las integrales dobles. Integrales triples sobre cubos y otras regiones cerradas y acotadas en \mathbb{R}^3 . Cambios lineales de variables, coordenadas cilíndricas y esféricas. Aplicaciones de integrales triples a masas, momentos y centros de masa.

Tema 4: Análisis Vectorial.

Integrales de línea de campos escalares. Integrales de línea de campos vectoriales. Independencia de la trayectoria en integrales de línea. El teorema de Green. Integrales de superficie de campos escalares. Área de una superficie. Integrales de superficie de campos vectoriales. El teorema de la divergencia de Gauss. Orientaciones de una superficie y de una curva, el teorema de Stokes.

4. Metodología

Durante las clases se combinarán técnicas expositivas de parte del docente con otras que involucran de una forma más activa a los y las estudiantes, tanto en trabajos individuales como cooperativos.

Las actividades de clase deberán ser complementadas por los y las estudiantes con trabajo individual y estudio en grupo extra clase, así como con el uso eficiente y eficaz de las horas de consulta de los docentes de la cátedra y los recursos tecnológicos que tenga a disposición.

Se considera indispensable una constante práctica de las diferentes técnicas aprendidas en las clases, además de un estudio detallado de los conceptos matemáticos y sus aplicaciones.

La solución de problemas en los que se apliquen los conceptos que se estudian en el curso es fundamental, así como el uso adecuado del lenguaje matemático y el

razonamiento lógico.

En el caso de que las autoridades sanitarias del país y de la Universidad impongan restricciones para el desarrollo de las sesiones presenciales, entonces se procederá a seguir con sesiones virtuales remotas por el tiempo necesario.

Para asegurar la comprensión y ejercitación de los contenidos del curso se pondrá a disposición de cada persona estudiante, en los respectivos entornos virtuales, de cada grupo de la cátedra, unas listas de ejercicios, las cuales se complementarán con soluciones de ejercicios selectos.

5. Actividades y cronograma

#	Semana	Temas
1	02/01 - 04/01	1P → Rectas, planos, cónicas. Cuádricas, cilindros, conos. Superficies de Revolución. Funciones vectoriales. Curvas en el espacio. Triedro intrínseco. Longitud de arco. Curvatura. Radio de curvatura. Torsión. Componentes tangencial y normal.
2	08/01 - 11/01	Campos escalares de 2 y 3 variables. Límites y continuidad. Derivadas parciales. Incrementos y diferenciales. Regla de la cadena. Derivadas de funciones implícitamente definidas por una ecuación o por un sistema de ecuaciones. Derivadas direccionales y el vector gradiente de un campo escalar, derivada direccional a lo largo de una curva.
3	15/01 - 18/01	Extremos de funciones. Criterio de segundo orden. Extremos condicionados. Determinación de la clase de puntos críticos por el método de la fórmula de Taylor o por el método de matrices. Multiplicadores de Lagrange. 2P → Integrales dobles sobre rectángulos y regiones más generales. Cambio en el orden de integración.
4	22/01 - 25/01	Volúmenes y áreas mediante integrales dobles. Aplicaciones de las integrales dobles (masa, momentos, centro de masa de una lámina plana). Cambio de variable en integrales dobles: lineales, polares, y de otra naturaleza. Integrales triples en paralelepípedos y en regiones más generales.

#	Semana	Temas
5	29/01 - 01/02	Cambio en el orden de integración. Cambio de variable en integrales triples: coordenadas cilíndricas. Cambio de variable a coordenadas esféricas. Cambios de otra naturaleza.
6	05/02 - 08/02	3P → Integrales de línea de campos escalares y vectoriales. Independencia de trayectoria. Teorema de Green. Parametrización de superficies. Área superficial. Integrales de superficie de campos escalares y campos vectoriales.
7	12/02 - 15/02	Teorema de Stokes. Teorema de la divergencia (Gauss)
8	19/02 - 22/02	Repaso de la materia
9	26/02 - 02/03	Ampliación

6. Evaluación

La evaluación del curso constará de tres exámenes parciales de cátedra.

La evaluación incluye los siguientes porcentajes, fechas, y temas a ser evaluados:

Parcial 1: 35 %. **Presencial:** viernes 26 enero (semana 4) 09:00 a.m.

Incluye la materia vista desde la semana 1 hasta la mitad semana 3.

Parcial 2: 35 %. **Presencial:** viernes 9 febrero (semana 6) 09:00 a.m.

Incluye la materia vista desde la mitad de semana 3 hasta semana 5.

Parcial 3: 30 %. **Presencial:** viernes 23 de febrero (semana 8) 09:00 a.m.

Incluye la materia vista desde la semana 6 hasta la semana 7.

Si una persona estudiante no puede realizar alguna evaluación, la realización de una reposición de esa evaluación está sujeta a lo dispuesto en el art. 24 del *Reglamento del Régimen Académico Estudiantil* de la Universidad de Costa Rica,² el cual se cita a continuación:

Artículo 24. Cuando el estudiante se vea imposibilitado, por razones justificadas, para efectuar una evaluación en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar en cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre normalmente a sus estudios. Esta solicitud debe presentarla ante el profesor que imparte el curso,

²Este reglamento se puede consultar en la página web http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf

adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor determine, en los tres días hábiles posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Si ésta procede, el profesor deberá fijar la fecha de reposición, la cual no podrá establecerse en un plazo menor de cinco días hábiles contados a partir del momento en que el estudiante se reintegre normalmente a sus estudios. Son justificaciones: la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito. En caso de rechazo, esta decisión podrá ser apelada ante la dirección de la unidad académica en los cinco días hábiles posteriores a la notificación del rechazo, según lo establecido en este Reglamento.

Las fechas de los exámenes de reposición de cada parcial son las siguientes:

Reposición Parcial 1: [Presencial: jueves 01 de febrero](#) 5 p.m.

Reposición Parcial 2: [Presencial: jueves 15 de febrero](#) 5 p.m.

Reposición Parcial 3: [Presencial: miércoles 28 de febrero](#) 1 p.m.

La nota final del curso N_{final} se determinará según se especifica en los artículos 25 y 28 del Reglamento del Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica. Esta se obtendrá a partir de la nota de aprovechamiento N_{aprov} , expresada en una escala de 0 a 10, redondeada a la unidad o media unidad más próxima. La nota final del curso N_{final} es la que se reportará a la Oficina de Registro e Información, salvo en el caso de que $N_{\text{final}} = 6,0$ o que $N_{\text{final}} = 6,5$; en cuyo caso la persona estudiante tiene derecho a realizar una prueba de ampliación, a realizarse en la fecha indicada en el calendario de evaluaciones del curso. Si se obtiene una nota igual o superior a 7,0 en la prueba de ampliación, la nota final que se reportará en el curso será 7,0; si la nota de la prueba de ampliación es estrictamente menor a 7,0, se reportará como nota de final 6,0 o 6,5 según haya sido el caso.

El examen de Ampliación será el [viernes 1 de marzo](#) a las 09:00 a.m., de forma presencial e incluye la materia vista en los exámenes parciales ordinarios.

El examen de Suficiencia será el [miércoles 10 de enero](#) a las 9 a.m. de forma presencial.

7. Referencias bibliográficas

La cátedra de MA-1003 ha venido utilizando el libro de J. Stewart, el cual se describe abajo, ya que puede ser accesado de las bases de datos suscritas por nuestro sistema de bibliotecas, específicamente la de CENGAGE. Es un libro que contiene la mayoría de los temas de nuestro curso y la notación utilizada aquí será la que utilicemos en los exámenes.

- [1] Osvaldo Acuña y Jorge Poltronieri: *Ejercicios de Cálculo III. Cálculo Diferencial e Integral III*. Segunda reimpresión, tercera Edición, Serie Cabécar, Escuela de Matemática UCR, San José, 2008.

- [2] Tom Apostol: *Calculus*. Segunda edición, 2 tomos. Editorial Reverté, Barcelona, 1980.
- [3] Juan Félix Ávila Herrera: *Cálculo en varias variables*. Editorial UCR, San José, 2017.
- [4] Susan Jane Colley: *Cálculo vectorial*. Cuarta edición. Pearson Educación, México, DF, 2013.
- [5] Boris Demidovich: *Problemas y ejercicios de análisis matemático*. Editorial Paraninfo, Madrid, 1982.
- [6] Boris Demidovich: *5000 problemas de análisis matemático*. Editorial Paraninfo, Madrid, 1985.
- [7] Henry Edwards y David Penney: *Cálculo con trascendentes tempranas*. Editorial Pearson, México, DF, 2008.
- [8] Jerrold E. Marsden y Anthony J. Tromba: *Cálculo vectorial*. Quinta edición, Pearson Educación, México, DF, 2018.
- [9] Claudio Pita Ruiz: *Cálculo vectorial*. Primera edición, Pearson Educación, México, 1995.
- [10] Jorge Poltronieri: *Cálculo integral: integración múltiple*. Primera Edición, Editorial CIMPA, San José, 2006.
- [11] Jorge Poltronieri: *Ejercicios de integrales de línea y de superficie*. Primera Edición, Editorial CIMPA, San José, 2006.
- [12] Jon Rogawski: *Cálculo: varias variables*. Segunda edición, Editorial Reverté, Barcelona, 2012.
- [13] Jesús Sánchez Guevara: *Álgebra lineal fundamental: teoría y ejercicios*. Editorial UCR, San José, 2020.
- [14] James Stewart: *Cálculo multivariable: Trascendentes Tempranas*. Octava edición, CENGAGE, México, DF, 2018.
- [15] George Thomas y Ross Finney: *Cálculo en varias variables*. Decimosegunda edición. Pearson Educación, México, DF, 2008.
- [16] Joseph C. Várilly, *MA-1003: Apuntes de Cálculo III*, notas de curso, San José, 2022. Disponible en: <https://kerwa.ucr.ac.cr/handle/10669/89106>

8. Atención a las personas estudiantes sede Rodrigo Facio

- ★ Coordinador: Mario De León Urbina, Grupo 901

Correo electrónico: `mario.deleon@ucr.ac.cr`

Atención de consultas: L, M 8-9, 16-18; K, J 8-9, 11-12, 13-14

Casillero: 65

Teléfono: 2511-3460.

Oficina: 313, Edificio de Matemática

- ★ Coordinador: José Rosales Ortega

Correo electrónico: `jose.rosales@ucr.ac.cr`

Casillero: 46 (segundo piso, Escuela de Matemática).

Oficina 314, Edificio de Matemática.

9. Atención a las personas estudiantes Sedes Regionales

- ★ Sede de Occidente. Profesor: José Adrián Moya Fernández

Correo electrónico: `joseadrian.moya@ucr.ac.cr`

Atención de consultas: –

Teléfono: 2511-9030.

Sede del Atlántico. Profesor: Manuel Serrano

Correo electrónico: `manuel.serrano@ucr.ac.cr`

Atención de consultas: –

- ★ Sede de Guanacaste. Profesor: Ronald A. Zúñiga-Rojas

Correo electrónico: `ronald.zunigarojas@ucr.ac.cr`

Atención de consultas: –

- ★ Sede Interuniversitaria de Alajuela. Profesor: Kevin Moradel Bautista, Grupo 901

Correo electrónico: `kevin.moradel@ucr.ac.cr`

Atención de consultas: –

★ Sede Interuniversitaria de Alajuela. Profesor: Daniel González Núñez, Grupo 902

Correo electrónico: `daniel.gonzalez_n@ucr.ac.cr`

Atención de consultas: –

10. Régimen disciplinario

En caso de detectarse fraude o plagio en las evaluaciones, se aplicará el *Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes* de la Universidad de Costa Rica³. Esta normativa establece como faltas muy graves:

Artículo 4c. Hacerse suplantar o suplantar a otro en la realización de actividades que por su naturaleza debe ser realizada por el estudiante, ya sea prueba, examen, control de conocimientos o cualquier otra operación susceptible de ser evaluada.

Artículo 4k. Presentar como propia una obra intelectual elaborada por otra u otras personas, para cumplir con los requisitos de cursos, trabajos finales de graduación o actividades académicas similares.

Asimismo, es una falta grave:

Artículo 5c. Copiar de otro estudiante tareas, informes de laboratorio, trabajos de investigación o de cualquier otro tipo de actividad académica.

³Este reglamento se puede consultar en la página web https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf

11. Infografías sobre Hostigamiento Sexual y Discriminación



HOSTIGAMIENTO SEXUAL

Toda conducta de naturaleza sexual indeseada por quien la recibe, que provoque efectos perjudiciales en el estado general o bienestar personal.

SON MANIFESTACIONES DE HOSTIGAMIENTO SEXUAL:

- Invitaciones a citas, almuerzos, cine u otros
- Propuestas o conductas de naturaleza sexual
- Humillaciones u ofensas con palabras, gestos o imágenes
- Acercamientos o formas de contacto físico no deseados
- Intentos de comunicación ajenos a la relación profesional o académica

DENUNCIA

Las denuncias se realizan en forma verbal o escrita, ante la Comisión Institucional Contra el Hostigamiento Sexual (CICHS).

CONTACTOS

Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: 2511-4898
 comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr
 Defensoría contra el Hostigamiento Sexual: 2511-1909
 defensoriahs@ucr.ac.cr

FC Facultad de Ciencias

Para conocer más información ingrese aquí 



DISCRIMINACIÓN

Es un acto u omisión que afecta las oportunidades de una persona o sus derechos humanos.

SON MANIFESTACIONES DE DISCRIMINACIÓN:

- Ataques físicos
- Burlas, bromas ofensivas
- Uso de vocabulario discriminatorio
- Trato diferencial o despectivo
- Exclusión o segregación
- Desinterés o maltrato
- Negación a brindar servicios

DENUNCIA

La denuncia puede presentarse personalmente o mediante correo electrónico ante la Comisión Institucional Contra la Discriminación (CICDI).

Ninguna de las personas denunciadas o testigos sufrirá perjuicios.

Si usted ha vivido una situación de discriminación puede acercarse a la CICDI para buscar apoyo.

 2511-1294  comision.contradiscriminacion@ucr.ac.cr

FC Facultad de Ciencias

Para conocer el Reglamento contra Discriminación de la UCR ingrese aquí 