
MA-1002 CÁLCULO II
CARTA AL ESTUDIANTADO
III CICLO 2023

Modalidad: presencial

Tipo de curso: teórico

Ciclo: 3

Créditos¹: 4

Requisitos: MA-1001/1101 Cálculo I

Correquisitos: Ninguno

Estimada persona estudiante

De parte del personal docente de la cátedra MA-1002, Cálculo II, reciba la más cordial bienvenida. En este documento se le brinda la información general sobre los principales aspectos del curso que usted necesita saber para un desempeño adecuado. Esperamos que este ciclo sea productivo y que el éxito se refleje en todos sus quehaceres universitarios.

1. Descripción del curso

Este es un segundo curso clásico de *Cálculo diferencial e integral*, el cual le brinda al estudiante conceptos básicos del análisis matemático que se utilizarán en otros cursos como *Cálculo en varias variables* y en *Ecuaciones Diferenciales*.

El curso requiere de gran cantidad de práctica y dedicación de su parte, así como el repaso de conceptos, definiciones y teoremas vistos en MA-1001 o MA-1101. El curso es de cuatro créditos, esto significa que las diez horas lectivas por semana que usted recibe como estudiante del curso, no son suficientes para apropiarse de los conocimientos y habilidades relacionados con cada contenido del programa; por lo que es necesario que se dedique al menos **catorce horas adicionales por semana** de trabajo independiente. El material didáctico de la Cátedra de Cálculo II contiene toda la teoría necesaria para el curso, además de ejercicios adecuados a los objetivos. El material es una referencia, se pueden utilizar textos complementarios como los que se proporcionan en la bibliografía. Cada tema de la teoría requiere la solución de ejercicios propuestos. La solución de todos los ejercicios es responsabilidad del estudiante. De su parte se espera una participación activa en las clases, las horas de consulta y el trabajo individual, siendo la resolución de ejercicios una de las prioridades en el trabajo diario.

¹Según el Convenio para unificar la definición de crédito en la Educación Superior de Costa Rica y el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (art. 3, inciso c), se define un crédito como la unidad valorativa del trabajo de la persona estudiante, que equivale a tres horas reloj semanales de trabajo del mismo, durante 15 semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por la persona docente.

1.1. Apoyo adicional a las clases

1. Su docente le brindará información sobre las horas de consulta. Este es un espacio para aclarar dudas que hayan surgido al resolver los ejercicios. Si por razones de horario no puede asistir a consulta con su docente, puede hacerlo con otros docentes de la cátedra.
2. En la plataforma puede revisar diversos documentos y videos, así como realizar prácticas y autoevaluaciones para complementar su estudio.
3. El Centro de Asesoría Estudiantil (CASE) también pone a su disposición los llamados “Estudiaderos”, los cuales son atendidos por asistentes que le ayudarán aclarándole dudas. Para mayor información diríjase al CASE, cienciasbasicas.case@ucr.ac.cr.

1.2. Publicación de información importante

Las horas de consulta de cada docente, los detalles de aplicación de las evaluaciones, así como cualquier otra información importante del curso se publicará en la plataforma virtual.

2. Objetivos

2.1. Objetivo general

Complementar el estudio del cálculo en una variable, logrando familiaridad con aplicaciones a otras disciplinas y desarrollando destrezas para la resolución de problemas y el uso de la tecnología como apoyo en ese proceso.

2.2. Objetivos específicos

Al aprobar este curso, la persona estudiante tendrá las siguientes habilidades y destrezas:

1. Utiliza las funciones elementales, incluyendo las funciones hiperbólicas en la resolución de problemas.
2. Aplica el concepto de integral impropia en la resolución de problemas de diversas áreas.
3. Utiliza los polinomios de Taylor, para el análisis de integrales impropias, el cálculo de desarrollos limitados y límites indeterminados.
4. Aplica el Principio de Inducción Matemática en la demostración de proposiciones que involucran números naturales.

5. Identifica conceptos de sucesiones numéricas, especialmente relacionados con crecimiento, acotación y convergencia.
6. Calcula, estima y analiza convergencia de series numéricas.
7. Calcula intervalos de convergencia, derivadas e integrales para funciones dadas mediante series de potencias.
8. Resuelve problemas que involucran las propiedades geométricas y algebraicas de las secciones cónicas.
9. Utiliza coordenadas polares en el estudio de curvas planas y simetrías.
10. Realiza operaciones elementales con Números Complejos y las aplica en la resolución de problemas.

3. Contenidos

3.1. Integrales Impropias

Integrales impropias de primera y de segunda especie, cálculo de integrales impropias, p integrales, integrales de exponenciales. Criterios de convergencia para integrales impropias, integrales de tercera especie. Convergencia absoluta y convergencia condicional. Criterio de Dirichlet.

3.2. Polinomios de Taylor

Polinomios de Taylor y de Maclaurin, resto de Lagrange, aproximaciones y análisis del error. Desarrollos limitados: cálculo de límites indeterminados, análisis de integrales impropias.

3.3. Secciones cónicas

Secciones cónicas centradas en el origen, traslaciones, ecuación canónica, trazado de la gráfica, área de una región elíptica, área entre cónicas.

3.4. Coordenadas polares

Definición, relación con coordenadas cartesianas, graficación de curvas polares básicas. Área de regiones y longitud de un arco de curvas en coordenadas polares.

3.5. Inducción y sucesiones numéricas

Principio de inducción, demostraciones aplicando el principio de inducción, convergencia de sucesiones, propiedades. Sucesiones monótonas y acotadas, teorema de convergencia monótona, uso de desarrollos limitados, sucesiones recurrentes.

3.6. Series numéricas

Convergencia, series geométricas, telescópicas, criterio de divergencia y de la integral, p-series, criterios de comparación. Series alternadas, convergencia absoluta y condicional. Criterios de la razón, de la raíz n-ésima y de Raabe. Fórmula de Stirling, uso de desarrollos limitados, cálculo aproximado y estimación del error.

3.7. Series de potencias

Radio y dominio de convergencia, análisis de los extremos, suma de series de potencias. Funciones definidas por medio de series de potencias, derivación e integración término a término, series de Taylor.

3.8. Números complejos

Forma algebraica, representación geométrica, operaciones fundamentales, potencias y radicales, ecuaciones, forma polar, operaciones en forma polar, fórmula de De Moivre, función exponencial compleja, fórmula de Euler, raíces n-ésimas.

4. Metodología:

Entre las principales estrategias metodológicas se encuentran: exposición por parte de la persona docente, la resolución de problemas en forma individual y grupal. Lo anterior se complementa con algunas de las herramientas metodológicas usuales para la interacción de manera remota, tales como videoconferencias, correo electrónico, mensajería, canales digitales, entre otros. La plataforma oficial de la Universidad de Costa Rica para el contacto docente/estudiante, es Mediación Virtual <https://mv2.mediacionvirtual.ucr.ac.cr>. Según las Resoluciones VD-R-9374-2016 y VD-11489-2020, este es un curso con grupos en modalidad:

Presencial: Las lecciones y las evaluaciones se llevan a cabo en forma presencial, aunque parte de las horas de consulta y el trabajo independiente se puede realizar en forma virtual.

En el caso de que las autoridades sanitarias del país y de la Universidad emitan restricciones para el desarrollo de la práctica docente, las sesiones presenciales que hayan sido previstas podrían trasladarse a la modalidad virtual, según indicaciones de las autoridades y la coordinación del curso.

La persona estudiante debe asumir su responsabilidad participando activamente en el proceso de su aprendizaje desde el inicio del curso con el aporte de ideas y la resolución de ejercicios. Además, se considera importante que evacue sus dudas durante

las sesiones de consulta y realice los ejercicios que la persona docente asigne como trabajo complementario. Para cada tema, se pone a disposición una serie de recursos en la plataforma virtual, como:

1. Notas del curso y enlaces a la bibliografía.
2. Presentaciones y videos asociadas a las notas.
3. Ejercicios propuestos.

5. Evaluación

Se realizarán tres exámenes parciales de manera presencial, el promedio final será el promedio de la calificación obtenida en los tres parciales.

De acuerdo con la regla del redondeo del reglamento, se obtiene a partir de la nota de aprovechamiento una nota final, La aprobación del curso se da cuando la nota final es al menos 7,0, la reprobación cuando es menor que 6,0.

Cuando la nota final es 6,0 o 6,5 se obtiene derecho a realizar examen de ampliación.

5.1. Calendario de las evaluaciones:

A continuación se presenta el calendario tentativo de evaluaciones. Es importante aclarar que estas fechas son provisionales y su ratificación o variación dependen de la ubicación en el calendario general de exámenes de la Facultad de Ciencias o bien del desarrollo de los contenidos del curso. Los exámenes de reposición, al igual que los parciales, se realizan en forma presencial para toda la población estudiantil.

Evaluación	Día	Hora
Primer Examen Parcial	Viernes 19 de enero	9 : 00
Segundo Examen Parcial	Viernes 09 de febrero	9 : 00
Tercer Examen Parcial	Viernes 23 de febrero	9 : 00
Examen de Ampliación	Viernes 01 de marzo	9 : 00

5.2. Sobre el examen de ampliación

Estudiantes cuya nota de aprovechamiento sea inferior a 7 pero mayor o igual a 6 podrán realizar el examen de ampliación. Es decir, al examen de ampliación se presentarán aquellas personas que tengan el derecho respectivo, según el artículo 3, inciso p, del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil. En este examen se evaluará **todos los contenidos del curso**.

5.3. Ausencias a las evaluaciones

En casos debidamente justificados, tales como enfermedad (con comprobante médico), haber presentado dos exámenes el mismo día, choque de exámenes (con constancia), la muerte de un pariente hasta segundo grado de consanguinidad, o casos de giras (reportados por escrito), situaciones de fuerza mayor o caso fortuito y con el visto bueno del órgano responsable, la persona estudiante tendrá derecho a reponer todas las pruebas que estén debidamente justificadas según lo establecido en la reglamentación vigente. En cualquier caso, la persona estudiante debe dirigirse a la plataforma <http://emate.ucr.ac.cr> para descargar una boleta de solicitud de reposición, la cual debe llenar con todos los datos que se le solicita. Debe anexar los documentos que prueban el motivo de su ausencia. Dichos documentos deben ser entregados a su docente en el plazo respectivo. Si la persona estudiante no se presenta a la realización de la prueba en la fecha y hora establecida por olvido o desconocimiento, no se le aplicará una reposición de la prueba parcial.

5.4. Calificación de pruebas

La persona estudiante tiene derecho a reclamar ante su docente lo que considere mal evaluado, en un plazo de tres días hábiles desde el recibo de la prueba corregida. Al docente le corresponde atender la petición en un plazo no mayor a cinco días hábiles. La persona docente puede convocar al estudiante a que aclare, mediante una reunión, los resultados obtenidos en cualquiera de las evaluaciones que se realizarán en el curso, de modo que si el estudiante no es capaz de justificar su procedimiento, no se considerará como válido.

6. Del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil

La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad. La calificación final debe redondearse a la unidad o media unidad más próxima. En casos intermedios, es decir, cuando los decimales sean exactamente “punto veinticinco” (.25) o “ punto setenta y cinco” (.75) , deberá redondearse hacia la media unidad o unidad superior más próxima. La calificación final de siete (7.0) es la mínima para aprobar el curso.

7. Reglamento de orden y disciplina de los estudiantes

En caso de detectarse fraude o plagio en las evaluaciones, se aplicará el Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Costa Rica, el cual se puede consultar en la página web https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf. Esta normativa establece como faltas muy graves:

- **Artículo 4c.** Hacerse suplantar o suplantar a otro en la realización de actividades que por su naturaleza deben ser realizadas por el estudiante, ya sea prueba, examen, control de conocimientos o cualquier otra operación susceptible de ser evaluada.
- **Artículo 4k.** Presentar como propia una obra intelectual elaborada por otra u otras personas, para cumplir con los requisitos de cursos, trabajos finales de graduación o actividades académicas similares.
Asimismo, es una falta grave:
- **Artículo 5c.** Copiar de otro estudiante tareas, informes de laboratorio, trabajos de investigación o de cualquier otro tipo de actividad académica.

Nota importante

En caso de existir alguna queja o malestar, sea con respecto al curso, al material, al profesor o a la profesora, debe seguirse el debido proceso y presentar la queja a tiempo y ante quien corresponda. La primera instancia es con la persona docente, la siguiente instancia es la coordinación. Siempre se estará anuente a escuchar cualquier queja y a realizar el mejor esfuerzo para resolver el problema. En todos los casos se seguirá la normativa del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil: http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf y del Reglamento de Régimen Disciplinario del Personal Académico: http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_disciplinario_docente.pdf

8. Actividades y cronograma

Este cronograma es una guía de la distribución por semana de los contenidos del curso, cada profesor está en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesaria según su estilo y en el orden que desee, siempre que no altere los contenidos que debe cubrir cada examen parcial.

#	Semana	Temas
1	02/01 - 04/01	1P → Integrales impropias de primera y de segunda especie, cálculo de integrales impropias, p integrales. Integrales de exponenciales, criterios de convergencia para integrales impropias, integrales de tercera especie.

#	Semana	Temas
2	08/01 - 11/01	Convergencia absoluta y convergencia condicional. Criterio de Dirichlet. Polinomios de Taylor y de Maclaurin, resto de Lagrange, aproximaciones y análisis del error.
3	15/01 - 18/01	Desarrollos limitados: cálculo de límites indeterminados. Análisis de integrales impropias mediante desarrollos limitados. 2P → Secciones cónicas, ecuación canónica, traslaciones, trazado de la gráfica. Primer Parcial 19/01
4	22/01 - 25/01	Área de una región elíptica, área entre cónicas. Coordenadas polares, relación con coordenadas cartesianas, graficación de curvas polares básicas, área de una región y longitud de un arco en coordenadas polares.
5	29/01 - 01/02	Principio de inducción, demostraciones aplicando el principio de inducción. Convergencia de sucesiones, propiedades. Sucesiones monótonas y acotadas, teorema de convergencia monótona, uso de desarrollos limitados, sucesiones recurrentes.
6	05/02 - 08/02	3P → Series numéricas, convergencia, series geométricas, telescópicas, criterio de divergencia y de la integral, p-series, criterios de comparación. Series alternadas, convergencia absoluta y condicional. Criterios de la razón, de la raíz n-ésima y de Raabe. Fórmula de Stirling, uso de desarrollos limitados, cálculo aproximado y estimación del error. Segundo Parcial 09/02
7	12/02 - 15/02	Series de potencias, radio y dominio de convergencia, análisis de los extremos, suma de series de potencias. Funciones definidas por medio de series de potencias, derivación e integración término a término, series de Taylor. Números complejos, forma algebraica, representación geométrica, operaciones fundamentales, potencias y radicales, ecuaciones, forma polar, operaciones en forma polar, fórmula de De Moivre, función exponencial compleja, fórmula de Euler, raíces n-ésimas.
8	19/02 - 22/02	Repaso. Tercer Parcial 23/02
19	26/02 - 02/03	Ampliación 01/03.

9. Información de Docentes

- Docente: Miguel Beltran Walker Ureña

Correo electrónico: miguel.walkerurena@ucr.ac.cr

Grupos: 901 y 902

- Docente: Yois Tatiana Campos Vega

Correo electrónico: yois.campos@ucr.ac.cr

Grupos: 903 y 904

- Coordinador: Santiago Cambronero V.

Casillero # 11 Escuela de Matemática

Correo electrónico: santiago.cambronero@ucr.ac.cr

Oficina: 319 Edificio Anexo de Matemática. Finca 2, Ciudad de la Investigación.

10. Bibliografía de referencia

El desarrollo de algunos temas se llevará a cabo siguiendo el orden de los apuntes [1]; los capítulos de este material se estarán colocando en las semanas respectivas. Lo anterior no quiere decir que las clases se apeguen estrictamente al enfoque y ejemplos tratados en este material. En el entorno del curso, cuando sea pertinente, se hará referencia a las secciones respectivas del libro de Stewart [12]. También se podrían asignar prácticas basadas en dicho texto.

La persona estudiante puede complementar su estudio consultando cualquier texto de Cálculo con Geometría Analítica o Cálculo en una variable. Sin embargo, debe tener presente que el enfoque y el orden de los temas puede variar de un texto a otro.

Referencias

- [1] Acuña-Larios, J. & Walker-Ureña, M., *Apuntes de los contenidos de MA-1002*. Universidad de Costa Rica (2021).
- [2] Edwards y Penney, *Cálculo y Geometría Analítica*. 4ta edición Prentice- Hall. México (1996).

- [3] Rogawski, J., *Cálculo en una variable*. 2da edición.
- [4] Churchill Ruel, V. y Brown James, W., *Variable compleja y aplicaciones*. 5ta edición. McGraw - Hill México(1992).
- [5] Larson y Hostetler. *Cálculo y Geometría Analítica*. 3era. Edición. McGraw - Hill. México(1989).
- [6] Swokowski, Earl. *Cálculo con Geometría Analítica*. 2da. Edición. Editorial Iberoamericana. México(1988).
- [7] Demidovich, B., *Problemas y ejercicios de Análisis Matemático*. Editorial MIR. Moscú(1977).
- [8] Piskunov N., *Cálculo Diferencial e Integral*. Tomo I. Segunda Edición. Editorial MIR. MOSCU(1973).
- [9] Piza Volio, E., *Introducción Cálculo diferencial e integral en una variable*. Editorial Universidad de Costa Rica (2002).
- [10] Apostol, Tom M., *Calculus*. Volumen 1 y 2. Editorial Reverté. 2da edición(1978).
- [11] R. Larson y B. Edwards. *Cálculo 1. De una variable (2a ed)*. , McGraw Hill, México D.F., México (2010).
- [12] J. Stewart. *Cálculo de una variable. Transcendentes tempranas (8a ed)*. Cengage Learning. México D.F., México. (2018).
- [13] G. Thomas. *Cálculo una variable (12a ed)*. Pearson. México DF, México, (2010).
- [14] A. Zill y W. Wright. *Cálculo. Transcendentes tempranas (4a ed)*. McGraw-Hill. México DF, México (2011).

11. Infografías



Infografía sobre Hostigamiento Sexual. El diseño está dividido en secciones horizontales de diferentes tonos de morado. En la parte superior, cinco ilustraciones de personas de diversas etnias y edades sostienen una pancarta que dice "HOSTIGAMIENTO SEXUAL".

Toda conducta de naturaleza sexual indeseada por quien la recibe, que provoque efectos perjudiciales en el estado general o bienestar personal.

SON MANIFESTACIONES DE HOSTIGAMIENTO SEXUAL:

- Invitaciones a citas, almuerzos, cine u otros
- Propuestas o conductas de naturaleza sexual
- Humillaciones u ofensas con palabras, gestos o imágenes
- Acercamientos o formas de contacto físico no deseados
- Intentos de comunicación ajenos a la relación profesional o académica

DENUNCIA

Las denuncias se realizan en forma verbal o escrita, ante la Comisión Institucional Contra el Hostigamiento Sexual (CICHS).

CONTACTOS

Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: 2511-4898
comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr
Defensoría contra el Hostigamiento Sexual: 2511-1909
defensoriahs@ucr.ac.cr





Es un acto u omisión que afecta las oportunidades de una persona o sus derechos humanos.

SON MANIFESTACIONES DE DISCRIMINACIÓN:

- Ataques físicos
- Burlas, bromas ofensivas
- Uso de vocabulario discriminatorio
- Trato diferencial o despectivo
- Exclusión o segregación
- Desinterés o maltrato
- Negación a brindar servicios

DENUNCIA

La denuncia puede presentarse personalmente o mediante correo electrónico ante la Comisión Institucional Contra la Discriminación (CICDI).

Ninguna de las personas denunciantes o testigos sufrirán perjuicios.

Si usted ha vivido una situación de discriminación puede acercarse a la CICDI para buscar apoyo.



2511-1294



comision.contradiscriminacion@ucr.ac.cr

