



Datos Generales.

Sigla: MA0552. | CICLO 2023

Nombre del curso: Introducción a la Topología.

Tipo de curso: Bajo Virtual

Número de créditos: 5 créditos.

Número de horas semanales presenciales: 5 horas.

Requisitos: MA0552 Principios de Análisis II.

Ubicación en el plan de estudio: V año, I semestre.

Horario del curso: Lunes de las 16:00 a las 18:50. Jueves de las 17:00 a las 18:50.

Profesor: Héctor Barrantes González

Correo: hector.barrantes@ucr.ac.cr, hectormbg@gmail.com

Horario de Consulta: Martes: 12:30 a 14:30 presencial. Martes de 5:30 pm a 7:30 pm (Virtual), Jueves de 10.00am a 12:00 md (presencial).

Descripción del curso.

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA-552: Introducción a la Topología. Este curso está dirigido a estudiantes de licenciatura de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Sede Occidente y que cuentan con conocimientos básicos de análisis matemático. El objetivo principal es estudiar los principales conceptos y resultados que son parte de la Topología, a un nivel elemental e intermedio. En el presente documento encontrará información sobre los aspectos del curso que usted debe conocer, tales como objetivos, contenidos, evaluación y bibliografía, principalmente. Es su derecho y su deber, estar informado sobre lo que se espera que aprenda en este curso, así como sobre la manera en que será evaluado su aprendizaje. Se le sugiere leer con detenimiento esta carta y consultar sobre cualquier duda que tenga al respecto. El aprendizaje de la Matemática requiere del dominio de los conceptos propios de la materia, así como de gran cantidad de práctica. Se debe poner especial énfasis en comprender los conceptos y en desarrollar las destrezas necesarias para lograr un manejo apropiado de los procesos lógicos, así como para la solución de los ejercicios. La responsabilidad de llevar el curso con éxito es compartida. De usted, como estudiante, del cual se espera una actitud positiva que le permita llevar a cabo su tarea con la dedicación y el esfuerzo necesarios. De parte del

docente, en calidad de facilitador del proceso de aprendizaje, pondrá a su disposición sus conocimientos, así como el mayor empeño. Desde ya, se le desea el mejor de los éxitos durante este ciclo lectivo.

Objetivos generales

1. Introducir los conceptos básicos de la topología.
2. Dar una visión amplia de los métodos topológicos.
3. Desarrollar la capacidad de abstracción.
4. Manejar el lenguaje topológico.

Objetivos Específicos

Con respecto a los objetivos específicos, se pueden indicar los siguientes:

1. Conocer las propiedades básicas de espacios métricos.
2. Estudiar distintos conceptos dentro de la estructura de espacio métricos.
3. Conocer las propiedades básicas de espacios topológicos.
4. Estudiar el significado topológico de conceptos fundamentales como cerradura, interior, adherencia, continuidad, entre otros.
5. Generalizar los tópicos de continuidad y convergencia.
6. Detallar sobre conjuntos compactos, conjuntos conexos.
7. Dar una introducción básica de propiedades de separación.
8. Manipular en forma correcta los conceptos compacidad, conexidad y continuidad en espacios topológicos.
9. Manipular en forma correcta los conceptos de base, espacio primero y segundo numerable y topología producto.
10. Estudiar el concepto de homeomorfismo.
11. Estudiar el concepto de topología cociente.
12. Introducir la teoría de homotopía.

Contenidos del Curso:

Capítulo 1. Breve introducción a la teoría de conjuntos y numerabilidad (3 semanas)

1. Conjuntos y subconjuntos, operaciones con conjuntos. Leyes de De Morgan.
2. Colecciones de conjuntos, operaciones con colecciones de conjuntos, leyes de De Morgan con colecciones de conjuntos.
3. Relaciones, producto cartesiano, relaciones de orden, relaciones de equivalencia, particiones y conjunto cociente.
4. Funciones, función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva, función inversa.
5. Conjuntos finitos. Cardinalidad.
6. Equipotencia y numerabilidad.

Capítulo 3. Topología en espacios métricos. (5 semanas)

1. Definición y ejemplos de espacio métricos.
2. Conjuntos abiertos y cerrados.
3. Operaciones con colecciones de abiertos y cerrados.
4. Interior, frontera, adherencia y clausura de un conjunto.
5. Sucesiones, subsucesiones y sucesiones de Cauchy.
6. Espacios métricos completos.
7. Conjuntos compactos.
8. Conjuntos conexos.
9. Funciones continuas, funciones continuas y convergencia de sucesiones, continuidad y compacidad, continuidad y conexidad.

Capítulo 3. Espacios topológicos.(8 semanas)

1. Definición y ejemplos de espacios topológicos.
2. Topología indiscreta, discreta, de complementos finitos, de complementos numerables. Topología relativa (subespacios topológicos).
3. Interior, frontera adherencia y clausura de un conjunto.

4. Axiomas de separación. Espacio T_1 , de Hausdorff (T_2), Regular (T_3) y normal (T_4).
5. Conjuntos compactos. Continuidad y compacidad.
6. Conjuntos conexos. Continuidad y conexidad. Conjuntos arcoconexos.
7. Funciones continuas. Continuidad y compacidad. Continuidad y conexidad. Topología cociente.
8. Subconjuntos densos.
9. Base de un espacio topológico. Espacio primero y segundo numerable.
10. Topología producto.
11. Homeomorfismos.
12. Curvas homotópicas y grupo fundamental (Breve introducción).

Metodología:

El curso contemplará principalmente:

1. Una participación expositiva por parte del docente, con la respectiva atención a las interrogantes que tengan los y las estudiantes
2. Para garantizar la comunicación continua y permanente se utilizarán medios de comunicación electrónicos o virtuales (teléfono, videoconferencia, chats, mensajería instantánea, etc). Se priorizará el uso de la plataforma oficial de docencia asistida por tecnología de la Universidad, <http://mediacionvirtual.ucr.ac.cr>
3. Los y las estudiantes llevarán a cabo un proyecto de investigación sobre algún tema de elección libre, relacionado con el área de topología. Deberá presentarse un trabajo escrito, presentar una exposición que será abierta al público y elaborar una infografía del trabajo.
4. El tema elegido deberá contar con la aprobación del docente.
5. Cada estudiante deberá presentar una propuesta del proyecto de investigación, a más tardar la cuarta semana lectiva del I ciclo 2023.

Cronograma

Se advierte que las fechas propuestas a continuación son provicionales, su variación o ratificación quedan sujetas a criterios del docente.

Semana	Actividad
1-3	Capítulo 1
4-8	Capítulo 2
8-16	Capítulo 3

Evaluación:

1. Se realizarán tres exámenes parciales y un proyecto de investigación.
2. El primer y segundo parcial tendrán un valor de 25 % de la nota del curso cada uno. El tercer parcial tendrá un valor de 20 % de la nota del curso. El proyecto de investigación con valor de 30 % de la nota del curso.
3. Los temas por evaluar en cada examen parcial pueden variar según considere el docente.
4. Cronograma de evaluación

Descripción	Fecha	
I Examen Parcial	Lunes 17 de abril 4 pm	25 %
II Examen Parcial	lunes 15 de mayo 4pm	25 %
III Examen Parcial	Lunes 3 de julio 4pm	20 %
Exposición	Viernes 7 de julio 8 am	15 %
Examen de ampliación	Viernes 14 de julio 9am	

5. Este es un curso teórico. Los exámenes parciales contemplarán principalmente análisis matemático correspondiente al área de topología. Esto significa que los y las estudiantes deberán enfrentarse a ejercicios en los que deberán hacer demostraciones, las cuales requieren una comprensión más profunda de los contenidos que se evalúan.
6. **Sobre las reposiciones:**
 - a) Sólo se podrá reponer un examen.
 - b) La aplicación de los exámenes de reposición está sujeta al reglamento de Régimen Académico Estudiantil.

7. **Sobre la exposición**

- a) Antes de la exposición, el o la estudiante, deberá entregar, al menos una versión preliminar del trabajo escrito que será utilizado en su exposición. Esta entrega debe hacerse al menos un mes calendario, antes de la fecha de exposición. Si el o la estudiante no cumple con lo estipulado anteriormente no le será permitido exponer y tendrá calificación 0 (cero)
 - b) El docente revisará el documento presentado por el o la estudiante para indicar si deben hacerse correcciones, las cuales deberán efectuarse antes del día de la exposición.
 - c) El estudiante deberá preparar la versión final y entregar una copia al profesor. No será permitido exponer sin el visto bueno de las correcciones indicadas.
 - d) La calificación del trabajo se dividirá en tres: el trabajo escrito 10 %. Exposición 15 %. Infografía 5 %. De manera opcional, se asigna 5 % a la elaboración de un video sobre el tema de investigación.
 - e) Los criterios (rúbricas) para la evaluación del proyecto de investigación, se les entregará a los y las estudiantes oportunamente.
 - f) Se puede realizar el proyecto en parejas o de manera individual.
8. **Sobre la nota de final:** La nota de aprovechamiento (NA) es la suma correspondiente de los porcentajes obtenidos en los tres exámenes parciales.
- a) Si $67,5 \leq NA$ el o la estudiante aprueba el curso.
 - b) Si $57,5 \leq NA < 67,5$ el o la estudiante tiene derecho a realizar examen de ampliación.
 - c) Si $NA < 57,5$ el o la estudiante pierde el curso.

Bibliografía:

1. Amstrong, M.A. **Topología Básica**. Editorial Reverté. S.A. España. 1987.
2. Apostol, Tom. **Análisis Matemático**. Barcelona: Editorial Reverté, 1993.
3. Bartle Robert. **Introducción al Análisis Matemático**. México: Editorial Limusa, 1989.
4. Chandrasekhara Rao, K. **Topology**. Alpha Science International Ltd. Oxford, U.K. 2009
5. Dieudonné, J. **Fundamentos de Análisis Moderno**. Barcelona: Editorial Reverté, 1975.
6. Dugundji, James. **Topology**. Boston: Allyn and Bacon, Inc, 1978.

7. Gamelin, Theodore W y Greene, E. Robert. **Introduction to Topology**. Second Edition. Dover Publications, Inc. New York. 1999.
8. Gemignani, Michael C. **Elementary Topology**. Second Edition. Dover Publications, Inc. New York. 1990.
9. Kelley, John. **General Topology**. Princeton, New Jersey: D. Van Nostrand Company, Inc, 1955.
10. Lang, Serge. **Undergraduate Análisis**. Berlín: Springer Verlag, 1983.
11. Lipschutz. S. **Topología General**. McGraw Hill. 1967
12. Lorente, Chamizo **Topología**. <http://matematicas.uam.es/fernando.chamizo/>.
13. Munkres, James. **Topología**. Madrid: Prentice Hall, 2002.
14. Muñoz, José M. **Topología básica**. Colombia: Editorial Guadalupe, 2003.
15. Rudín, Walter. **Principios de Análisis Matemático**. México: Mc Graw Hill, 1980.
16. Simmons, George. **Introduction to Topology and Modern Análisis**. New York: McGraw-Hill, 1963.
17. Steen, Lynn Arthur y Seebach, J. Arthur. **Coounterexamples in Topology**. Dover Publications, Inc. New York 1978.