



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
SEDE DE OCCIDENTE
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS NATURALES
SECCIÓN DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DEL CURSO
PRINCIPIOS DE ANÁLISIS I
I CICLO, 2023

Datos Generales

Sigla: MA-0540

Nombre del curso: Principios de Análisis I

Tipo de curso: Teórico

Número de créditos: 5 créditos

Número de horas semanales presenciales: 5 horas

Requisitos: Álgebra y Análisis II (MA-0304)

Ubicación en el plan de estudio: V semestre.

Modalidad: Bajo Virtual

Datos del Profesor:

Nombre: Mario Andrés Álvarez Guadamuz

✉: mario.alvarezguadamuz@ucr.ac.cr

Horario del curso: K: De 13:00 hs a 15:50 hs y V: De 13:00hs a 14:50 hs

Horario de Consulta: K: De 16:00 hs a 17:00 hs y V: De 15:00hs a 17:00 hs

Descripción del curso

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA-0540: Principios de Análisis I. Este curso está dirigido a estudiantes de tercer año de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Sede Occidente y que cuentan con conocimientos básicos de análisis en una variable. El objetivo general de este curso es introducir al estudiante en conceptos básicos de topología en \mathbb{R}^n y de análisis en varias variables.

En el presente documento encontrará información sobre los aspectos del curso que usted debe conocer, tales como objetivos, contenidos, evaluación y bibliografía, principalmente. Es su derecho y su deber, estar informado sobre lo que se espera que aprenda en este curso, así como sobre la manera en que será evaluado su aprendizaje. Se le sugiere leer con detenimiento esta carta y consultar sobre cualquier duda que tenga al respecto.

El aprendizaje de la Matemática requiere del dominio de los conceptos propios de la materia, así como de gran cantidad de práctica. Se debe poner especial énfasis en comprender los conceptos y en desarrollar las destrezas necesarias para lograr un manejo apropiado de los procesos lógicos, así como para la solución de los ejercicios. La responsabilidad de llevar el curso con éxito es compartida. De usted, como estudiante, se espera una



actitud positiva que le permita llevar a cabo su tarea con el tesón y el esfuerzo necesarios. De parte del docente, en calidad de facilitador del proceso de aprendizaje, pondrá a su disposición sus conocimientos, así como el mayor empeño. Desde ya, se le desea el mejor de los éxitos durante este ciclo lectivo.

Objetivo General

Dotar al estudiante de una formación matemática básica en topología y en el análisis en varias variables.

Objetivos específicos

Con este curso se contribuirá a que el estudiante

1. Manipule en forma correcta los conceptos de topología en \mathbb{R}^n .
2. Calcule correctamente, límites de funciones en varias variables.
3. Calcule correctamente, derivadas de funciones en varias variables.
4. Aplique correctamente los teoremas relacionados con el diferencial de una función en varias variables (Regla de la Cadena, Teorema de la función inversa, Teorema de la función implícita.)
5. Calcule correctamente áreas y volúmenes de cuerpos sólidos, utilizando integrales múltiples.

Contenidos

I. TOPOLOGÍA EN \mathbb{R}^n . (7 semanas)

1. **Repaso de teoría de conjuntos:** Definiciones y ejemplos de unión de conjuntos, intersección de conjuntos, familias de conjuntos, diferencia de conjuntos, complemento de un conjunto, producto cartesiano, función, imagen inversa de un conjunto, distancia.
2. **Estructura de \mathbb{R}^n como espacio vectorial normado:** Producto interno. Normas en \mathbb{R}^n . Desigualdad de Cauchy- Schwarz. Desigualdad de Minkowski. Sucesiones en \mathbb{R}^n .
3. **Conjuntos abiertos y cerrados:** Identificación e interpretación geométrica de conjuntos abiertos y cerrados, teoremas relacionados con uniones e intersecciones de abiertos y cerrados.
4. **Relación entre un punto y un conjunto:** Punto interior, Punto frontera, Punto de acumulación, Punto de adherencia de un conjunto dado, y teoremas relacionados.



5. **Conjuntos compactos:** Definición de conjunto compacto en \mathbb{R}^n como conjunto cerrado y acotado.
6. **Continuidad:** Definición de función continua por medio de un conjunto abierto.
7. **Relación entre continuidad y compacidad:** Imagen de un conjunto compacto bajo una función continua.

II. LÍMITES Y CONTINUIDAD EN \mathbb{R}^n . (2 semanas)

1. **Límites en \mathbb{R}^n :** Definición de límite. Propiedades de los límites (suma, diferencia, producto, división y composición.). Teoremas relacionados con la existencia del límite de una función dada.
2. **Continuidad:** Definición de función continua en un punto (por medio del límite).
3. **Propiedades de las funciones continuas:** Suma, diferencia, producto, división y composición.

III. DIFERENCIABILIDAD EN \mathbb{R}^n . (7-semanas)

1. **Funciones de varias variables:** función real de variable vectorial, función vectorial de variable vectorial, función vectorial de variable real.
2. **Geometría de las funciones reales de variable vectorial:** Superficies cuadráticas en \mathbb{R}^3 .
3. **Derivada direccional y derivada parcial:** Definición y ejemplos de derivadas parciales y direccionales de una función dada. Derivadas parciales de orden superior, gradiente de una función.
4. **Campos vectoriales:** Definición de campo vectorial, ejemplos de campos vectoriales (interpretación geométrica), campos vectoriales conservativos, teorema de las derivadas parciales de segundo orden para determinar si un campo vectorial es conservativo.
5. **Diferencial en \mathbb{R}^n :** Definición y ejemplos de diferencial como transformación lineal.
6. **Propiedades del diferencial:** Unicidad. Suma, diferencia, producto y división de funciones diferenciables. Forma matricial del diferencial (Matriz jacobiana). Relación entre el diferencial y las derivadas direccionales de una función dada, otros teoremas relacionados. Planos tangentes.
7. **Regla de la cadena:** Ejemplos de diferencial de una composición de funciones. Forma matricial.
8. **Teorema de la función inversa. Teorema de la función implícita.**
9. **Extremos de funciones de varias variables:** Criterio del Discriminante, Multiplicadores de Lagrange.



Metodología

Las clases y las evaluaciones de este curso serán presenciales, se contemplará principalmente una participación expositiva por parte del docente, dando énfasis a la comprensión de conceptos y al uso correcto del lenguaje matemático. Se presentarán suficientes ejemplos, principalmente para dirigir el estudio. También se valorará la respectiva atención a las interrogantes de los y las estudiantes. Se trabajará con las listas de ejercicios recomendados por el profesor, con el fin de reforzar la comprensión de los contenidos estudiados en clases. La asignación de listas de ejercicios y material bibliográfico complementario, así como la asignación y recepción de tareas, será mediante el entorno virtual: **I - S - 2023- OSR - PRINCIPIOS DE ANÁLISIS I - 001**.

Evaluación

En este curso se realizarán dos exámenes parciales con un peso porcentual de 35% cada uno y tres tareas con un peso de 10% cada una.

Descripción	Porcentaje
Primer Parcial	35%
Segundo Parcial	35%
Tareas cortas	30%
Total	100%

Consideraciones sobre la metodología y la evaluación:

- **Sobre las listas de ejercicios:** A lo largo del curso se asignarán constantemente listas ejercicios con el objetivo de que el y la estudiante alcancen madurez en el manejo de los conceptos matemáticos, logren una adecuada articulación de los teoremas vistos en clase, y desarrollen fluidez en el razonamiento para poder abordar **ejercicios de naturaleza similar** que se le presentarán en las pruebas parciales.
- **Sobre las tareas cortas:** Estas tareas se desarrollaran en parejas. Cada tarea consistirá en dos ejercicios que el profesor le asignará a cada pareja de estudiantes, y cuya solución deberán trabajar en conjunto. Dentro de esta asignación, cada estudiante tendrá asignado uno de los dos ejercicios para el cual debe elaborar un **video** donde explique **con detalle** la solución correspondiente. Para tal efecto, tendrá que **seguir las instrucciones que su docente le comunicará previamente**. Los aspectos que se evaluarán se detallan en la siguiente tabla:

ASPECTOS A EVALUAR DURANTE LA CALIFICACIÓN
Manejo adecuado de los conceptos matemáticos y/o teoremas
Orden y precisión en el razonamiento matemático
Fluidez y precisión en la expresión oral y escrita
Fundamentación y prueba correcta

Tabla #1



- **Sobre los exámenes parciales:** Los exámenes parciales se realizarán de manera presencial dentro del horario de clase. Cada examen parcial consistirá en preguntas de desarrollo que el docente le asignará en documento .pdf impreso, y que deberá resolver de manera individual bajo las instrucciones que se detallan en el encabezado de cada prueba. Los aspectos a evaluar en cada prueba se detallan en la siguiente tabla:

ASPECTOS A EVALUAR DURANTE LA CALIFICACIÓN
Manejo adecuado de los conceptos matemáticos y/o teoremas
Orden y precisión en el razonamiento matemático
Uso correcto de la escritura matemática
Fundamentación y prueba correcta

Tabla #2

- **Sobre la nota de aprovechamiento:** La nota de aprovechamiento (NA) es la suma correspondiente de los porcentajes obtenidos en los tres exámenes parciales.
 1. Si $6.75 \leq NA$ el o la estudiante aprueba el curso, con calificación NA redondeada a la media más próxima. Los casos intermedios como 7.25 se redondean hacia arriba, es decir, 7.5.
 2. Si $5.75 \leq NA < 6.75$ el o la estudiante tiene derecho a realizar examen de ampliación, en el cual debe obtener una nota mayor o igual a 7.0 para aprobar el curso con nota 7.0, en caso contrario su nota será 6.0 ó 6.5, la más cercana a NA.
 3. Si $NA < 5.75$ el o la estudiante pierde el curso.

Nota: Detalles adicionales sobre el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil se anexan después de la bibliografía.

- **Sobre los exámenes de reposición:** Los exámenes de reposición se harán de forma oral y estarán a cargo de un tribunal formado por tres profesores, incluyendo al profesor del curso. No hay reposición de la reposición de ningún parcial.



Cronograma

Se advierte que las fechas propuestas a continuación son provisionales, su variación o ratificación quedan sujetas a criterios del docente.

Semana	Actividad	Observaciones
1	I.1	Lectura del programa
2	I.2	
3	I.3	
4	Semana Santa	
5	I.4	
6	I.5	Asignación de la 1 ^{era} Tarea
7	I.6 y I.7	
8	II.1	Hasta aquí el I Parcial
9	II.2 y II.3	I parcial
10	III.1 y III.2	
11	III.3	
12	III.4	Asignación de la 2 ^{da} Tarea
13	III.5 y III.6	
14	III.7 y III.8	
15	III.9	Asignación de la 3 ^{era} Tarea
16	III.9	Hasta aquí el II parcial
17	Evaluaciones	II parcial

Fechas Importantes

1 ^{era} Tarea	Viernes 21 de Abril
2 ^{da} Tarea	Viernes 02 de Junio
3 ^{era} Tarea	Viernes 23 de Junio
I Parcial	Martes 09 de Mayo a las 13:00 hs.
II Parcial	Viernes 07 de Julio a las 13:00 hs.
Reposición I y II parcial	Miércoles 12 de Julio a las 8:00 hs.
Ampliación	Viernes 21 de Julio a las 8:00 hs.



Bibliografía

- [1] APOSTOL, TOM. *Análisis Matemático*. Barcelona: Segunda Edición, Editorial Reverté. 1986.
- [2] APOSTOL, TOM. *Calculus*. Barcelona: Editorial Reverté, 1997.
- [3] BARTLE, ROBERT G. *Introducción al Análisis Matemático*. México D.F: Editorial Limusa, 1992.
- [4] BUCK, C. *Advanced Calculus*. McGraw Hill, México, 1978.
- [5] GONZÁLEZ, CARMEN MARÍA. *Análisis Real*. Costa Rica: Editorial UNED, 1999.
- [6] GHORPADE, S; LIMAYE, B. *A Course in Multivariable Calculus and Analysis*. Springer, USA, 2010.
- [7] MARSDEN, JERROLD; TROMBA J. ANTHONY. *Cálculo vectorial*. Cuarta edición, México, Editorial Prentice Hall, 1998.
- [8] MENA, BALTASAR. *Introducción al cálculo vectorial*. México, Editorial Thomsom, 2003.
- [9] PITA, CLAUDIO RUIZ. *Cálculo vectorial*. México: Editorial Prentice Hall, 1995.
- [10] WADE, WILLIAM R. *An Introduction to Analysis*. PEARSON: Prentice Hall, 3rd edition, 2004.



Es un acto u omisión que afecta las oportunidades de una persona o sus derechos humanos.

SON MANIFESTACIONES DE DISCRIMINACIÓN:

- Ataques físicos
- Burlas, bromas ofensivas
- Uso de vocabulario discriminador
- Trato diferencial o despectivo
- Exclusión o segregación
- Desinterés o maltrato
- Negación a brindar servicios

DENUNCIA

La denuncia puede presentarse personalmente o mediante correo electrónico ante la Comisión Institucional Contra la Discriminación (CICDI).

Ninguna de las personas involucradas en el proceso podrán sufrir prejuicios.

Si usted ha vivido una situación de discriminación puede acercarse a la Facultad de Ciencias para buscar apoyo.



2511-6345



facultad.ciencias@ucr.ac.cr





Toda conducta de naturaleza sexual indeseada por quien la recibe, que provoque efectos perjudiciales en el estado general o bienestar personal.

SON MANIFESTACIONES DE HOSTIGAMIENTO SEXUAL:

- Promesa o amenaza, implícita o expresa, relacionada con favores sexuales
- Propuestas o conductas de naturaleza sexual
- Humillaciones u ofensas con palabras, gestos o imágenes
- Acercamientos o formas de contacto físico no deseados
- Intentos de comunicación ajenos a la relación profesional o académica

DENUNCIA

Las denuncias se realizan en forma verbal o escrita, ante la Comisión Institucional Contra el Hostigamiento Sexual (CICHS).

CONTACTOS

Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: 2511-4898
comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr
Defensoría contra el Hostigamiento Sexual: 2511-1909
defensoriahs@ucr.ac.cr

