



MA-1003 CÁLCULO III  
CARTA A LAS PERSONAS ESTUDIANTES  
II CICLO 2022

Modalidad: presencial y virtual

Tipo de curso: teórico

Ciclo: III

Créditos<sup>1</sup>: 4

Requisitos: MA-1002

Correquisitos: MA-1004

## 1. Descripción del curso

Este es un curso de cinco horas semanales, con un valor de cuatro créditos. Puede catalogarse como un curso de cálculo avanzado, en el que se extiende a varias variables, los conceptos del cálculo diferencial e integral estudiados en cursos anteriores, para que la persona estudiante pueda aplicarlos oportunamente en los campos de la Física, Ingeniería y la Química. Se hace además una introducción al Cálculo Vectorial, estudiando las integrales de línea y superficie y sus teoremas clásicos de Green, Stokes y Gauss.

Los tópicos de Cálculo III abarcarán los principales temas que incluyen la mayoría de textos tradicionales sobre cálculo en varias variables.

Para el buen desempeño en el curso MA-1003 es necesario tener dominio de los contenidos estudiados en los cursos MA-1001, MA-1002 y MA-1004. Si usted considera que tiene deficiencias en algunos de ellos, es importante que dedique tiempo adicional al estudio de esos conceptos, así como solicitarle a su profesor referencias bibliográficas para el repaso de algún tema o temas en específico.

A lo largo del curso nos guiaremos bajo la premisa de que la matemática se aprende haciéndola y no leyéndola; con esto queremos enfatizar que esperamos de parte de la persona estudiante un compromiso real con el trabajo que demandará el curso, y para ayudar a este fin citamos al filósofo alemán Immanuel Kant, el cual apuntaba que deberíamos hacernos las siguientes preguntas: *¿Qué puedo saber?* y *¿qué debo hacer?*

## 2. Objetivos

Al finalizar este curso, se espera que cada persona estudiante sea capaz de:

1. Interpretar y manipular geoméricamente ecuaciones algebraicas, sistemas de ecuaciones, ecuaciones vectoriales, intersecciones y proyecciones.

---

<sup>1</sup>Según el Convenio para unificar la definición de crédito en la Educación Superior de Costa Rica y el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (art. 3, inciso c), se define un crédito como la unidad valorativa del trabajo de la persona estudiante, que equivale a tres horas reloj semanales de trabajo del mismo, durante 15 semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por la persona docente.

2. Determinar la curvatura y la torsión de una curva suave parametrizada.
3. Aplicar correctamente la regla de la cadena generalizada a la derivación de funciones compuestas e implícitas, y a otros problemas.
4. Determinar los extremos de funciones de dos o más variables sobre dominios abiertos, mediante el criterio del segundo diferencial.
5. Determinar los extremos de funciones de dos o más variables sobre conjuntos cerrados y acotados.
6. Determinar la naturaleza de un punto estacionario de una función, por medio de los menores principales de su matriz hessiana.
7. Determinar, usando el método de Lagrange, los extremos de funciones de varias variables con restricciones de igualdad.
8. Comprender y aplicar las propiedades básicas del cálculo integral en dos y tres dimensiones, directamente o mediante una transformación de coordenadas.
9. Calcular la integral de campos escalares sobre regiones acotadas del plano y del espacio, tanto directamente, como utilizando cambios de variables.
10. Calcular integrales de línea y de superficie y aplicarlas a la resolución de problemas relacionados con los teoremas clásicos del análisis vectorial:(los teoremas de Green, de Stokes y de la divergencia de Gauss).

### 3. Contenidos

**Tema 1:** Superficies y funciones vectoriales de una variable real.

Rectas y planos en el espacio. Secciones cónicas, superficies cuadráticas, cilindros y conos. Funciones vectoriales de una variable real y ecuaciones paramétricas. Curvas en el espacio, curvas parametrizadas, longitud de arco de una curva. Vectores unitarios tangente, normal y binormal; triedro intrínseco. Componentes tangencial y normal de la aceleración. Curvatura y torsión de una curva.

**Tema 2:** Derivación parcial y sus aplicaciones.

Funciones de varias variables, campos escalares en dos y tres variables. Límites y continuidad, derivadas parciales, incrementos y diferenciales. Derivadas direccionales y vector gradiente de un campo escalar, derivada direccional a lo largo de una curva. La regla de la cadena. Derivadas de funciones definidas implícitamente por una o más ecuaciones. Extremos de funciones de varias variables; interpretación geométrica. Criterio de la segunda derivada para funciones de dos variables. Clasificación de puntos estacionarios por el método de la fórmula de Taylor, diferenciales de segundo orden. Multiplicadores de Lagrange y problemas de extremo condicionado.

### **Tema 3:** Integrales múltiples.

La integral doble de funciones continuas sobre rectángulos, y su evaluación por integrales iteradas. Integrales sobre otras regiones cerradas y acotadas de  $\mathbb{R}^2$ , realizando cambio en el orden de integración. Cambio del orden de integración en integrales dobles. Cambios de variables lineales, coordenadas polares, elípticas y otras. Cálculo de áreas y volúmenes mediante integrales dobles. Integrales triples sobre cubos y otras regiones cerradas y acotadas en  $\mathbb{R}^3$ . Cambios lineales de variables, coordenadas cilíndricas y esféricas.

### **Tema 4:** Análisis Vectorial.

Integrales de línea de campos escalares. Integrales de línea de campos vectoriales. Independencia de la trayectoria en integrales de línea. El teorema de Green. Integrales de superficie de campos escalares. Área de una superficie. Integrales de superficie de campos vectoriales. El teorema de la divergencia de Gauss. Orientaciones de una superficie y de una curva, el teorema de Stokes.

## **4. Metodología**

Atendiendo a las resoluciones R-308-2021 y VD-12055-2022, el curso de MA-1003 será impartido en dos diferentes modalidades: **presencial** y **virtual**.

En ambas modalidades, presencial y virtual, se espera que se combinen técnicas expositivas de parte de la persona docente con otras que involucren de una forma más activa a cada persona estudiante.

Los grupos cuya modalidad es virtual recibirán las dos sesiones semanales de clase de forma virtual remota, y deben hacer uso de la plataforma Mediación virtual.

Los grupos cuya modalidad es presencial recibirán clases de forma presencial en ambas sesiones semanales. Se espera que se utilice la plataforma de Mediación virtual.

En las lecciones presenciales se solicita a las personas docentes y a las personas estudiantes guardar los protocolos establecidos por la institución para evitar la diseminación del virus SARS-CoVid2.

Para las lecciones virtuales remotas se insta al uso de la plataforma institucional Mediación Virtual, así como otras que ya han sido utilizadas en semestres previos, con bastante éxito, como lo son: ZOOM, TEAMS, YouTube, etc.

En el caso de que las autoridades sanitarias del país y de la Universidad impongan restricciones para el desarrollo de las sesiones presenciales, entonces se procederá a seguir con sesiones virtuales remotas por el tiempo necesario.

Para asegurar la comprensión y ejercitación de los contenidos del curso se pondrá a disposición de cada persona estudiante, en los respectivos entornos virtuales, de cada grupo de la cátedra, unas listas de ejercicios, las cuales se complementarán con soluciones completas de ejercicios selectos.

## 5. Actividades y cronograma

	Semana	Temas
1	16/08 - 19/08	Rectas, planos, cónicas. Cuádricas, cilindros, conos.
2	22/08 - 26/08	Funciones vectoriales. Curvas en el espacio. Triedro intrínseco. Longitud de arco. Curvatura. Componentes tangencial y normal.
3	29/08 - 02/09	Derivadas parciales y direccionales. Vector gradiente y plano tangente. Derivada a lo largo de una curva.
4	05/09 - 09/09	Regla de la Cadena. Funciones Implícitas.
5	12/09 - 16/09	Extremos de funciones. Criterio de segundo orden. Extremos condicionados.
6	19/09 - 23/09	Multiplicadores de Lagrange. Integrales dobles sobre rectángulos.
7	26/09 - 30/09	Integrales dobles sobre regiones generales. Repaso de Materia
8	03/10 - 07/10	Cambio en el orden de integración. Volúmenes y áreas mediante integrales dobles.
9	10/10 - 14/10	Cambio de variable en integrales dobles: lineales, polares, y de otra naturaleza. Integrales triples.
10	17/10 - 21/10	Cambio en el orden de integración. Cambio de variable en integrales triples: coordenadas cilíndricas.
11	24/10 - 28/10	Cambio de variable a coordenadas esféricas. Cambios de otra naturaleza. Integrales de línea de campos escalares.
12	31/10 - 04/11	Integrales de línea de campos vectoriales. Repaso de Materia.
13	07/11 - 11/11	Independencia de trayectoria. Teorema de Green. Área superficial.
14	14/11 - 18/11	Integrales de superficie de campos escalares y campos vectoriales. Teorema de la divergencia.
15	21/11 - 25/11	Teorema de Stokes Repaso de materia
16	28/11 - 02/12	Examen parcial 3, en horas de clase.

## 6. Evaluación

La evaluación del curso constará de tres exámenes parciales los cuales son elaborados y administrados por miembros de la cátedra.

Los exámenes parciales se efectuarán en la misma fecha y hora para ambas modalidades, y lo mismo con sus respectivas reposiciones y ampliación.

Los grupos de **modalidad virtual** deben tener en cuenta que los tres exámenes parciales serán virtuales mediante el uso de Mediación Virtual, con preguntas de opción múltiple. Las reposiciones de cada parcial también serán virtuales pero con preguntas de desarrollo, o bien tipo ensayo.

Los grupos de **modalidad presencial** deben tener presente que todos los exámenes parciales serán presenciales, con preguntas de desarrollo. Los exámenes de reposición para dicha modalidad serán presenciales.

La evaluación para la modalidad presencial incluye los siguientes porcentajes, fechas, y temas a ser evaluados:

**Parcial 1:** 35 %. **Presencial:** **Sábado 1 de Octubre** 10 a.m.

Incluye la materia vista desde la semana 1 hasta la mitad semana 6.

**Parcial 2:** 30 %. **Presencial:** **Sábado 5 de Noviembre** 10 a.m.

Incluye la materia vista desde la semana 6 hasta la mitad semana 11.

**Parcial 3:** 35 %. **Presencial:** **En horas de clase, primer día, semana 16** .

Incluye la materia vista desde la semana 11 hasta la semana 15.

La evaluación para la modalidad virtual incluye los siguientes porcentajes, fechas, y temas a ser evaluados :

**Parcial 1:** 35 %. **Virtual:** **Sábado 1 de Octubre** 10 a.m.

Incluye la materia vista desde la semana 1 hasta la mitad semana 6.

**Parcial 2:** 30 %. **Virtual:** **Sábado 5 de Noviembre** 10 a.m.

Incluye la materia vista desde la semana 6 hasta la mitad semana 11.

**Parcial 3:** 35 %. **Virtual:** **En horas de clase, primer día, semana 16** .

Incluye la materia vista desde la semana 11 hasta la mitad semana 15.

Debe quedar claro que en la modalidad virtual el profesor de cada grupo se reserva el derecho de preguntar al estudiante sobre el procedimiento seguido a la hora de resolver una o más preguntas de cada examen parcial.

Si una persona estudiante no puede realizar alguna evaluación, la realización de una reposición de esa evaluación está sujeta a lo dispuesto en el art. 24 del *Reglamento del Régimen Académico Estudiantil* de la Universidad de Costa Rica,<sup>2</sup> el cual se cita a continuación:

---

<sup>2</sup>Este reglamento se puede consultar en la página web [http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen\\_academico\\_estudiantil.pdf](http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf)

**Artículo 24.** Cuando el estudiante se vea imposibilitado, por razones justificadas, para efectuar una evaluación en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar en cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre normalmente a sus estudios. Esta solicitud debe presentarla ante el profesor que imparte el curso, adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor determine, en los tres días hábiles posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Si ésta procede, el profesor deberá fijar la fecha de reposición, la cual no podrá establecerse en un plazo menor de cinco días hábiles contados a partir del momento en que el estudiante se reintegre normalmente a sus estudios. Son justificaciones: la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito. En caso de rechazo, esta decisión podrá ser apelada ante la dirección de la unidad académica en los cinco días hábiles posteriores a la notificación del rechazo, según lo establecido en este Reglamento.

Las fechas de los exámenes de reposición de cada parcial, con duración de, al menos, dos horas cada uno, es la siguiente:

**Reposición Parcial 1:** [Virtual y Presencial: Miércoles 16 de Noviembre](#) 1 p.m.

**Reposición Parcial 2:** [Virtual y Presencial: Miércoles 16 de Noviembre](#) 3:30 p.m.

**Reposición Parcial 3:** [Virtual y Presencial: Semana 16, segundo día horas de clase.](#)

La nota final del curso  $N_{\text{final}}$  se determinará según se especifica en los artículos 25 y 28 del Reglamento del Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica. Esta se obtendrá a partir de la nota de aprovechamiento  $N_{\text{aprov}}$ , expresada en una escala de 0 a 10, redondeada a la unidad o media unidad más próxima. La nota final del curso  $N_{\text{final}}$  es la que se reportará a la Oficina de Registro e Información, salvo en el caso de que  $N_{\text{final}} = 6,0$  o que  $N_{\text{final}} = 6,5$ ; en cuyo caso la persona estudiante tiene derecho a realizar una prueba de ampliación, a realizarse en la fecha indicada en el calendario de evaluaciones del curso. Si se obtiene una nota igual o superior a 7,0 en la prueba de ampliación, la nota final que se reportará en el curso será 7,0; si la nota de la prueba de ampliación es estrictamente menor a 7,0, se reportará como nota de final 6,0 o 6,5 según haya sido el caso.

El examen de Ampliación será el [Sábado 10 de Diciembre](#) a las 10 a.m., de forma presencial para la modalidad presencial y de forma virtual para la modalidad virtual, e incluye la materia vista en los exámenes parciales de cátedra.

El examen de Suficiencia será el [Miércoles 12 de Octubre](#) 9 a.m de forma presencial.

## 7. Referencias bibliográficas

- [1] Tom Apostol: *Calculus*. Segunda edición, 2 tomos. Editorial Reverté, Barcelona, 1980.

- [2] Juan Félix Ávila Herrera: *Cálculo en varias variables*. Editorial UCR, San José, 2017.
- [3] Susan Jane Colley: *Cálculo vectorial*. Cuarta edición. Pearson Educación, México, DF, 2013.
- [4] Boris Demidovich: *Problemas y ejercicios de análisis matemático*. Editorial Paraninfo, Madrid, 1982.
- [5] Boris Demidovich: *5000 problemas de análisis matemático*. Editorial Paraninfo, Madrid, 1985.
- [6] Henry Edwards y David Penney: *Cálculo con trascendentes tempranas*. Editorial Pearson, México, DF, 2008.
- [7] Jerrold E. Marsden y Anthony J. Tromba: *Cálculo vectorial*. Quinta edición, Pearson Educación, México, DF, 2018.
- [8] Claudio Pita Ruiz: *Cálculo vectorial*. Primera edición, Pearson Educación, México, 1995.
- [9] Jon Rogawski: *Cálculo: varias variables*. Segunda edición, Editorial Reverté, Barcelona, 2012.
- [10] Jesús Sánchez Guevara: *Álgebra lineal fundamental: teoría y ejercicios*. Editorial UCR, San José, 2020.
- [11] James Stewart: *Cálculo multivariable*. Cuarta edición, Thomson Learning, México, DF, 2004.
- [12] George Thomas y Ross Finney: *Cálculo en varias variables*. Decimosegunda edición. Pearson Educación, México, DF, 2008.

## 8. Atención a las personas estudiantes sede Rodrigo Facio

★ Profesor: José David Campos, Grupo 01.

Correo electrónico: [josedavid.campos@ucr.ac.cr](mailto:josedavid.campos@ucr.ac.cr)

Atención de consultas:

Casillero:

Oficina:

★ Profesor: Christian Fonseca Mora, Grupos 05 y 07.

Correo electrónico: `christianandres.fonseca@ucr.ac.cr`

Atención de consultas:

Casillero: 36, Segundo piso FM

Oficina: 323, Edificio de Matemática finca 2.

★ Profesor: José Rosales Ortega, Grupo 06.

Correo electrónico: `jose.rosales@ucr.ac.cr`

Atención de consultas: Martes 8–9 y Viernes 9–10:30. Miércoles .

Casillero: 41 (segundo piso, Escuela de Matemática).

Oficina 3.14, Edificio de Matemática.

★ Profesora: Allison Serracin, Grupos 04 y 09.

Correo electrónico: `alisson.serracin@ucr.ac.cr`

Atención de consultas: Lunes 14–16:30 y 15:30–18.

Zoom-ID:

Casillero: (Segundopiso, Escuela de Matemática)

Teléfono: 2511-\*\*\*\*.

Oficina: 436, Edificio de Matemática

★ Profesor: Joseph C. Várilly, Grupos 03 y 08.

Correo electrónico: `joseph.varilly@ucr.ac.cr`

Atención de consultas: M 09:30–12:00 y 14:00–16:00

Zoom-ID: Grupo 3: 876 1591 3302; Grupo 8: 821 4341 1231.

Casillero: 41 (segundo piso, FM)

Oficina: 420-FM

★ Profesor: Mark Villarino. Grupos 02

Correo electrónico: `mark.villarino@ucr.ac.cr`

Atención de consultas: .

Casillero: segundo piso, FM.

Oficina: 423-FM

## 9. Atención a las personas estudiantes Sedes Regionales

- ★ Sede de Occidente. Profesor: Mario Alvarez.

Correo electrónico: `mario.alvarezguadamuz@ucr.ac.cr`

Atención de consultas: Lunes 10–12 y Jueves 16–17.

- ★ Sede del Atlántico. Profesora: Catalina Camacho.

Correo electrónico: `anacatalina.camacho@ucr.ac.cr`

Atención de consultas: Martes 11–12 y Viernes 10–12

- ★ Sede del Pacífico. Profesor: Juan Cambroner.

Correo electrónico: `juancamro3@gmail.com`

Atención de consultas: Miércoles 13–17

- ★ Sede del Caribe. Profesor: Fernando Cubillo Cascante.

Correo electrónico: `fernando.cubillo@ucr.ac.cr`

Atención de consultas:

- ★ Sede de Guanacaste. Profesor: Olger Navarro.

Correo electrónico: `olger.navarro@ucr.ac.cr`

Atención de consultas: Lunes 14–18 y Miércoles 10–12

- ★ Sede de Alajuela. Profesor: Daniel Solano.

Correo electrónico: `solanov.daniel@gmail.com`

Atención de consultas:

## 10. Régimen disciplinario

En caso de detectarse fraude o plagio en las evaluaciones, se aplicará el *Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes* de la Universidad de Costa Rica<sup>3</sup>. Esta normativa establece como faltas muy graves:

---

<sup>3</sup>Este reglamento se puede consultar en la página web [https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden\\_y\\_disciplina.pdf](https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf)

**Artículo 4c.** Hacerse suplantar o suplantar a otro en la realización de actividades que por su naturaleza debe ser realizada por el estudiante, ya sea prueba, examen, control de conocimientos o cualquier otra operación susceptible de ser evaluada.

**Artículo 4k.** Presentar como propia una obra intelectual elaborada por otra u otras personas, para cumplir con los requisitos de cursos, trabajos finales de graduación o actividades académicas similares.

Asimismo, es una falta grave:

**Artículo 5c.** Copiar de otro estudiante tareas, informes de laboratorio, trabajos de investigación o de cualquier otro tipo de actividad académica.

## 11. Infografías sobre Hostigamiento Sexual y Discriminación



Infografía sobre Hostigamiento Sexual. Muestra a un grupo de cinco personas sosteniendo un cartel que dice "HOSTIGAMIENTO SEXUAL".

Toda conducta de naturaleza sexual indeseada por quien la recibe, que provoque efectos perjudiciales en el estado general o bienestar personal.

**SON MANIFESTACIONES DE HOSTIGAMIENTO SEXUAL:**

- Promesa o amenaza, implícita o expresa, relacionada con favores sexuales
- Propuestas o conductas de naturaleza sexual
- Humillaciones u ofensas con palabras, gestos o imágenes
- Acercamientos o formas de contacto físico no deseados
- Intentos de comunicación ajenos a la relación profesional o académica

**DENUNCIA**

Las denuncias se realizan en forma verbal o escrita, ante la Comisión Institucional Contra el Hostigamiento Sexual (CICHS).

**CONTACTOS**

Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: 2511-4898  
comision.contraahostigamiento@ucr.ac.cr  
Defensoría contra el Hostigamiento Sexual: 2511-1909  
defensoriahs@ucr.ac.cr

FC Facultad de Ciencias

Para conocer más información ingrese aquí 



Infografía sobre Discriminación. Muestra a tres personas sosteniendo un cartel que dice "DISCRIMINACIÓN".

Es un acto u omisión que afecta las oportunidades de una persona o sus derechos humanos.

**SON MANIFESTACIONES DE DISCRIMINACIÓN:**

- Ataques físicos
- Burlas, bromas ofensivas
- Uso de vocabulario discriminatorio
- Trato diferencial o despectivo
- Exclusión o segregación
- Desinterés o maltrato
- Negación a brindar servicios

**DENUNCIA**

La denuncia puede presentarse personalmente o mediante correo electrónico ante la Comisión Institucional Contra la Discriminación (CICDI).

Ninguna de las personas involucradas en el proceso podrán sufrir prejuicios.

Si usted ha vivido una situación de discriminación puede acercarse a la Facultad de Ciencias para buscar apoyo.

 2511-6345  facultad.ciencias@ucr.ac.cr

FC Facultad de Ciencias

Para conocer el Reglamento contra Discriminación de la UCR ingrese aquí 