

Departamento de Ciencias Naturales
Sede de Occidente
II Semestre, 2022



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

PROGRAMA CURSO: GEOMETRÍA y ÁLGEBRA

Datos Generales

Sigla: MA0307

Nombre del curso: Geometría y Álgebra Lineal

Tipo de curso: Teórico

Número de créditos: 4

Número de horas semanales presenciales: 5.

Número de horas semanales de trabajo independiente del estudiante: 12.

Requisitos: M0205/MA0270.

Ubicación en el plan de estudio: Segundo Año.

Horario del curso: L 14:00 a 16:50; J 14:00 a 15:50 (Recinto de San Ramón)

Tipo de curso: Presencial

Profesor: Carlos Márquez Rivera

Correo-Electrónico: carlos.marquez@ucr.ac.cr

Horario de Consulta: 10 am a 11:00 am; 9:00 am a 11:00 am

I Descripción:

1. En este curso se requiere que el estudiante desarrolle su capacidad de pensamiento abstracto.
2. El objetivo de este curso es dotar al estudiante de la maquinaria del álgebra lineal necesaria para hacer frente a cursos más avanzados de la carrera.
3. Este curso brinda las herramientas básicas que son esenciales en muchos campos de estudio. Su utilidad práctica se ha consolidado en la explicación de principios fundamental. Se espera que se convierta en un estímulo para el trabajo que deberán realizar en el curso.
4. Para lograr este fin el curso inicia con la teoría de matrices de componentes reales y su relación con el estudio de los sistemas de ecuaciones lineales, se dan las herramientas para resolver estos sistemas.

5. Posteriormente se utilizarán herramientas algebraicas en la resolución de problemas de tipo geométrico. En la segunda parte del curso se tiene al estudio de los espacios vectoriales y las transformaciones lineales en espacios vectoriales de dimensión finita.
6. Finalmente se hace una aplicación al estudio de las formas cuadráticas. A cada concepto principal tratado se le dará una interpretación geométrica, lo cual ayudará a visualizar mejor los conceptos.
7. Este curso es un curso básico que sirve como base para comprender cursos más avanzados. Es el primer curso en que los conceptos tienen tanta importancia como los cálculos.
8. Este curso presenta la totalidad de los conceptos del álgebra lineal en un marco tanto teórico como concreto.
9. Este curso tiene un nivel medio de dificultad y se requiere que el estudiante dedique suficiente tiempo para comprender y asimilar los diferentes conceptos y resultados teóricos estudiados en la clase.
10. Además para fortalecer el estudio es importante que dedique tiempo a la resolución de problemas.

II Objetivos generales del curso:

1. Contribuir a la formación matemática empleando el razonamiento abstracto al que se enfrenta al estudiante.
2. Fomentar el uso correcto del lenguaje de la matemática y desarrollar la habilidad para expresar ideas de manera rigurosa y coherente.
3. Proporcionar al estudiante conocimientos y habilidades básicas del álgebra lineal.
4. Contribuir a la formación matemática del estudiante, esencial para describir, entender y resolver problemas que se aplicaran a diferentes disciplinas.
5. Contribuir al desarrollo del estudiante, de su habilidad para interpretar y deducir analíticamente resultados del álgebra lineal.

III Objetivos específicos:

1. Aplicar algoritmos convenientes para resolver sistemas de ecuaciones lineales y expresar, En forma adecuada, el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.

2. Conocer el álgebra de matrices y el cálculo de determinantes, así como sus propiedades, para aplicarlo adecuadamente a la solución y análisis de los sistemas de ecuaciones lineales

Determinar, si existe, la inversa de una matriz cuadrada.

3. Conocer y aplicar la geometría vectorial a diferentes tipos de problemas.

5. Conocer la estructura de espacio vectorial y espacios vectoriales relacionados con matrices y polinomios.

6. Identificar los espacios vectoriales de dimensión finita de su geometría y poder generalizar los conceptos de recta y plano.

7. Conocer y aplicar las propiedades básicas del producto vectorial en \mathbb{R}^3

8. Determinar si un conjunto de vectores constituye una base para un espacio vectorial y obtener una base ortogonal a partir de una base dada.

9. Conocer las propiedades básicas de las transformaciones lineales y su relación con el álgebra de matrices.

10. Determinar si una función de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^m es una transformación lineal y representar una transformación de este tipo mediante una matriz.

11. Determinar transformaciones lineales entre espacios vectoriales de dimensión finita.

12. Determinar bases para el núcleo y la imagen de una transformación lineal.

13. Representar una transformación lineal mediante una matriz, asociada a cualquier par de bases dadas de su dominio y de su codominio respectivamente.

14. Determinar matrices de cambio de bases y relacionarlas con la representación matricial de una transformación lineal.

15. Obtener los valores propios de una matriz y los espacios propios asociados a cada valor propio.

16. Determinar si una matriz o una transformación lineal, es diagonalizable o no.

17. Entender la relación que hay entre matrices diagonalizables ortogonalmente y las cónicas.

IV Programa:

1- Matrices

Concepto general de una matriz. Tipos de matrices: cuadrada, diagonal, identidad, triangular superior y triangular inferior, simétrica, antisimétrica, vector fila y columna. Álgebra de matrices: suma y multiplicación de matrices, y multiplicación por escalar. Propiedades básicas del álgebra de matrices. Ecuaciones con matrices. Igualdad de matrices.

2- Sistemas de ecuaciones lineales y matrices

Sistemas de n ecuaciones lineales en m variables homogéneos y no homogéneos. Solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Matriz de coeficientes y matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Matrices equivalentes. Sistemas de ecuaciones lineales equivalentes y su relación con las operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Forma escalonada y forma escalonada reducida. Rango de una matriz. Método de reducción de Gauss-Jordan. Solución de un sistema de ecuaciones lineales que depende de uno o más parámetros. Sistemas consistentes, inconsistentes, con solución única y con infinitas soluciones.

3- Matrices invertibles

Inversa de una matriz y matrices invertibles. Método de Gauss-Jordan para hallar la inversa de una matriz. Matrices invertibles y sistemas lineales. Matriz transpuesta y sus propiedades. Ecuaciones con matrices.

4- Determinantes

Definición del determinante de una matriz cuadrada y sus propiedades elementales. Menores y cofactores de una matriz $n \times n$. Cálculo del determinante de una matriz triangular. Determinante de una matriz invertible. Determinante de la transpuesta de una matriz. Cálculo de determinantes aplicando operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de matriz. Relación entre el rango de una matriz y su determinante. Regla de Cramer.

5-Geometría vectorial

Representación geométrica de un vector. Suma y resta de vectores, representación geométrica y propiedades. Producto escalar de vectores y sus propiedades. Norma de un vector. Ángulo entre dos vectores. Producto cruz en \mathbb{R}^3 y sus propiedades. Aplicaciones al cálculo de áreas. Proyecciones ortogonales en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 .

6- Rectas y planos

Descripción de una recta en \mathbb{R}^3 . Ecuación vectorial, paramétricas y simétricas de una recta en \mathbb{R}^3 . Planos en \mathbb{R}^3 . Ecuación vectorial y normal de un plano en \mathbb{R}^3 . Distancias entre dos puntos. Distancia entre un punto y una recta. Distancia entre dos planos. Distancia entre un punto y un plano.

7-Espacios vectoriales

Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales. Ejemplos de espacios vectoriales. Subespacio vectorial. Combinación lineal de un conjunto de vectores de un espacio vectorial. Conjunto generador de un espacio vectorial. Bases ordenadas y dimensión de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector con respecto a una base ordenada. Espacio fila y espacio columna de una matriz. Intersección y suma de subespacios vectoriales.

8-Ortogonalidad y proyecciones

Conjuntos de vectores, bases y subespacios ortogonales. Bases ortonormales. Complemento ortogonal de un subespacio. Proyección ortogonal sobre un subespacio vectorial. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt.

9-Transformaciones lineales

Concepto de transformación lineal. Determinación de una transformación lineal conocida su acción sobre una base. Núcleo e imagen de una transformación. transformación lineal inyectiva. Relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal. Matriz asociada a una transformación lineal. Transformación lineal asociada a una matriz. Espacio nulo y espacio imagen de una matriz. Transformación lineal inyectiva. Transformación lineal sobreyectiva. Composición de transformaciones. lineales. Transformación lineal invertible. Matriz de cambio de base de una transformación lineal.

10-Valores y vectores propios: Diagonalización

Concepto de valor y vector propio. Subespacio asociado a un valor propio. Polinomio característico de una matriz. Multiplicidad algebraica y geométrica. Diagonalización de matrices. Matrices ortogonalmente diagonalizables. Formas cuadráticas. Secciones cónicas: parábolas, elipses e hipérbolas. Ecuaciones canónicas de las cónicas. Rotación y traslación de ejes de las cónicas. Ejes principales y ángulo de rotación.

V Cronograma

Este cronograma es una guía de la distribución semanal de los contenidos del curso, cada profesor está en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesaria según su estilo y en el orden que desee, siempre que no altere los contenidos que debe cubrir para cada examen parcial.

1	15 al 19 de agosto	Tema 1,2
2	22 al 26 de agosto	Tema 2
3	29 de agosto al 02 de septiembre	Tema 3
4	05 al 09 de septiembre	Tema 4
		Primer parcial /10 de septiembre/ 8 am
5	12 al 16 de septiembre	Tema 4
6	19 al 23 de septiembre	Tema 5
7	26 al 30 de septiembre	Tema 6
8	03 al 07 de octubre	Tema 6
		Segundo parcial / 08 de octubre / 8 am

9	10 al 14 de octubre	Tema 7
10	17 al 21 de octubre	Tema 7
11	24 al 28 de octubre	Tema 8
12	31 de octubre al 04 de noviembre	Tema 9
		Tercer parcial / 05 de noviembre / 8 am
13	07 al 11 de noviembre	Tema 9
14	14 al 17 de noviembre	Tema 10
15	21 al 25 de noviembre	Tema 10.
16	28 de noviembre al 04 de diciembre	
		Cuarto parcial / 05 de diciembre / 8 am

VI Evaluación

Se realizarán 4 parciales, de 25% cada uno.

VII Reporte de la nota final

1. Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento NA indicada arriba, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente:

Si NA 6,75 el estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios como 7,25 se redondean hacia arriba, es decir, 7,5.

Si $5,75 < NA < 6,75$, el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7 para aprobar el curso con nota 7, en caso contrario

Su nota será 6,0 o 6,5, la más cercana a NA.

Si $NA < 5,75$ pierde el curso.

2. La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

3. El examen de ampliación estará dividido en dos secciones correspondientes a los contenidos de cada examen parcial. Los estudiantes que por su nota de aprovechamiento tengan derecho a realizar el examen de ampliación repondrán la sección o secciones en las que su nota en el examen parcial correspondiente fue inferior a 7.0.

VII Calendario de exámenes

Las fechas de las pruebas parciales son las siguientes:

Exámenes		Día	Hora
Primer Parcial	25%	Sábado 10 de septiembre	8 am
Segundo Parcial	25%	Sábado 08 de octubre	8 am
Tercer Parcial	25%	Sábado 05 de noviembre	8 am
Cuarto Parcial	25%	Lunes 5 de diciembre	8 am
Ampliación		Lunes 19 de diciembre	8 am

Uso de calculadoras:

En los exámenes solamente se permitirán calculadoras científicas básicas o de menor potencia, es decir, no está permitido el uso de calculadoras programables. Tampoco se permite el uso del teléfono ni aparatos electrónicos similares.

Disposiciones para la realización de las evaluaciones: Los exámenes son resolución forma individual. No está permitido que el estudiante utilice su celular, tabletas o cualquier otro medio de comunicación electrónico durante los exámenes. Cualquier intento de copiar en el examen será sancionado de acuerdo con lo que estipula el reglamento correspondiente.

Exámenes de reposición:

Aquellos estudiantes con ausencia justificada a un examen tales como enfermedades (con justificación médica), o choques de exámenes (con respectivo profesor, en los cinco días hábiles siguientes después de realizada la prueba.

Calificación de exámenes:

1. El profesor debe entregar a los alumnos los exámenes calificados y sus resultados, a más tardar 10 días hábiles después de haberlos efectuados, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante el coordinador de sección.
2. La pérdida comprobada de un examen por parte del profesor da derecho al estudiante a una nota equivalente al promedio de sus calificaciones, o a criterio del estudiante, a repetir el examen.
3. El estudiante tendrá derecho a reclamar ante el profesor lo que considere mal evaluado del examen, en los tres días hábiles posteriores a la finalización del plazo señalado en el inciso anterior.
4. Más detalles de los puntos anteriores y otros (como pérdida de exámenes, reclamos) el estudiante puede consultar el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil.

VIII Metodología y Recursos

En las clases se utiliza la técnica expositiva con posibilidad de involucrar a los estudiantes y si es posible, usar recursos tecnológicos. Las clases se deben de complementar con trabajo individual por parte del estudiante para resolución de ejercicios y asimilación de la materia. También LOS profesores utilizarán la plataforma institucional **Mediación Virtual** en modalidad virtual presencial como apoyo del curso el nombre **I-S-2020-RRF- Álgebra Lineal-000**, se encuentra la página del curso **MA-0305**. En ese sitio se publicarán anuncios pertinentes al curso, y además, se pueden encontrar documentos útiles como prácticas, exámenes de semestres anteriores, la carta al estudiante, notas de clase, etc. Para ingresar a esta plataforma, se debe usar la información del correo institucional **nombrepellidos@ucr.ac.cr**.

IX Bibliografía

1. **Barrantes, Hugo. Álgebra lineal. Editorial UNED. Segunda Edición. 2012.**
2. Nakos, G. Joyner y D. Álgebra lineal (con aplicaciones). Editorial Thomson, edición. 1999.
3. Grossman, Stanley I. Álgebra lineal. Editorial McGraw Hill, Séptima edición, 2012.
4. Ejercicios de Álgebra Lineal. Christian Fonseca Mora. Universidad de Costa Rica-Facultad de Ciencias- Escuela de Matemática. 2012.
5. Cobos Gabala, Fco. Javier, Osuna Lucena y Robles Arias Rafael. Apuntes de Álgebra lineal (Ingeniería técnica en informática de gestión). Universidad de Sevilla.
6. Mariano Echeverría. Apuntes de Álgebra lineal. Cátedra MA1004.
7. Resueltos. Versión 0.1-Enero 2020.
8. Jesús Sánchez. MA1004 Álgebra Lineal: Exámenes resueltos.