

**Universidad de Costa Rica**  
**Escuela de Matemática**

**MA1022 Cálculo para Ciencias Económicas II, III-2018**

Modalidad: Verano  
Créditos: 4  
Requisitos: MA1021

Clases: Lunes y Miércoles 13-15:50 404 IN  
Martes y Jueves 13-14:50 404 IN

Horas de estudio individual: 14  
Instructor: Yois Campos Vega  
email: yoiscv@gmail.com

## 1 Descripción del curso

Este curso busca incentivar en el estudiantado el desarrollo de la capacidad de abstracción y la habilidad para la modelación, a través de la resolución de ejercicios y problemas contextualizados en dos contenidos generales: **álgebra lineal y cálculo diferencial en varias variables**.

En su proceso de aprendizaje es recomendable mantener una actitud crítica durante el desarrollo de las lecciones, utilizar adecuadamente sus conocimientos previos y aprovechar al máximo el trabajo extra clase asignado. Debe resolver los ejercicios planteados luego del estudio de los conceptos claves, las estrategias de solución planteadas deben ir más allá de la mera aplicación de procedimientos memorizados sin comprensión alguna.

## 2 Contenidos

### TEMA I: ÁLGEBRA LINEAL

#### 1. Matrices.

- (a) Matriz, vector fila y vector columna.
- (b) Algunos tipos de matrices: nula, cuadrada, diagonal, identidad, simétrica y triangular.
- (c) Propiedades básicas del álgebra de matrices.
- (d) Inversa de una matriz y propiedades básicas de las matrices invertibles.
- (e) Otros tipos de matrices: transpuesta, antisimétrica y ortogonal.

#### 2. Sistemas de ecuaciones lineales.

- (a) Ecuación lineal y sistema de ecuaciones lineales.
- (b) Solución y conjunto de soluciones de un sistema de ecuaciones lineales.
- (c) Matriz de coeficientes del sistema y matriz aumentada.
- (d) Operaciones elementales sobre las filas. Matrices equivalentes por filas.
- (e) Sistemas de ecuaciones lineales equivalentes. Matriz escalonada y matriz escalonada reducida.
- (f) Método de reducción Gauss-Jordan.

#### 3. Determinantes.

- (a) Definición de determinante y sus propiedades básicas.
- (b) Cálculo de determinantes.
- (c) Regla de Cramer.
- (d) Menores y cofactores de una matriz cuadrada. Matriz adjunta y su relación con el cálculo de la inversa.

**4. Geometría vectorial en  $\mathbb{R}^3$ .**

- (a) Representación geométrica de un vector.
- (b) Álgebra de vectores.
- (c) Norma de un vector, vectores canónicos, vector unitario y dirección de un vector.
- (d) Producto punto, ángulo entre vectores, vectores paralelos y ortogonales.
- (e) Proyección ortogonal de un vector sobre otro. Componente ortogonal de un vector sobre otro.
- (f) Producto cruz y sus propiedades.
- (g) Ecuación vectorial, paramétrica y simétrica de una recta.
- (h) Ecuación vectorial, paramétrica y normal de un plano.
- (i) Rectas paralelas y ortogonales.

**TEMA II: CÁLCULO DIFERENCIAL EN VARIAS VARIABLES.**

**1. Derivación de funciones de varias variables.**

- (a) Funciones de varias variables y su representación geométrica.
- (b) Derivadas parciales y su aplicación en análisis marginal.
- (c) Derivadas direccionales y vector gradiente.
- (d) Plano tangente y recta normal a una superficie.
- (e) Regla de la cadena.
- (f) Teorema de la función implícita.

**2. Optimización de funciones de dos y tres variables.**

- (a) Máximos y mínimos (locales y globales), punto crítico y punto silla.
- (b) Extremos de funciones sobre regiones abiertas.
- (c) Criterio del discriminante para clasificar extremos locales de funciones de dos variables.
- (d) Clasificación de puntos críticos mediante el criterio del Hessiano o por medio de la fórmula de Taylor.
- (e) Extremos condicionados.
- (f) Multiplicadores de Lagrange.
- (g) Criterio del Hessiano orlado.
- (h) Máximos y mínimos en regiones compactas.
- (i) Problemas de optimización en varias variables con restricción de igualdad.

### 3 Evaluación

Se aplicarán **dos** exámenes, la nota de aprovechamiento será el promedio simple de las calificaciones obtenidas en dichas pruebas. Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente, a saber:

- Si la nota de aprovechamiento redondeada es mayor o igual que 7.0, el estudiante aprueba el curso.
- Si la nota de aprovechamiento redondeada es 6.0 ó 6.5, el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación. En este examen debe obtener una nota mayor o igual a 7.0 para aprobar el curso, si aprueba se le reportará 7.0 como nota final, de lo contrario se le reportará su nota de aprovechamiento redondeada.
- Si la nota de aprovechamiento redondeada es menor que 6.0, el estudiante reprueba el curso.

### 4 Fechas de Exámenes Parciales

A continuación se detalla la programación de las pruebas

Examen	Fecha	Hora inicio
Parcial I	Viernes 01 Febrero	8 a.m.
Parcial II	Viernes 01 Marzo	8 p.m.
Ampliación	Viernes 08 Marzo	8 p.m.

#### Reposiciones:

Examen	Fecha	Hora inicio
Reposición I	Viernes 08 Febrero	8 p.m.
Reposición II	Miércoles 06 Marzo	8 a.m.

Para solicitar la reposición de cualquier examen debe presentar en la oficina de la profesora el formulario correspondiente (disponible en la página web [www.emate.ucr.ac.cr](http://www.emate.ucr.ac.cr)) con la documentación que respalde el motivo de ausencia. Se le aprobará su solicitud siempre y cuando esta cumpla con lo establecido en el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (Capítulo VI, artículo 24).

## 5 Cronograma

A continuación se presenta una guía -tentativa- de la distribución diaria de los diferentes tópicos del curso

L 07/01	Conceptos básicos asociados a una matriz. Suma y producto de matrices.
K 08/01	Sistemas de ecuaciones lineales. Matriz de coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales.
M 09/01	Reducción de Gauss-Jordan. Operaciones elementales de filas.
J 10/01	Matrices elementales por filas. Conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.
L 14/01	Repaso multiplicación de matrices. Matrices invertibles.
K 15/01	Inversa de una matriz. Propiedades básicas de las matrices invertibles. Aplicación a la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
M 16/01	Regla de Cramer para un sistema 2x2. Definición del determinante y sus propiedades básicas.
J 17/01	Cálculos de determinantes. Relación con la (in)dependencia lineal de filas de una matriz cuadrada.
L 21/01	Regla de Cramer (general). Menores y cofactores de una matriz cuadrada.
K 22/01	Matriz adjunta y su relación con el cálculo de la inversa.
M 23/01	Vectores en $\mathbb{R}^3$ .
J 24/01	Producto punto, ángulo entre vectores, vectores paralelos y ortogonales.
L 28/01	Producto cruz y sus propiedades.
K 29/01	Ecuaciones de planos y rectas en $\mathbb{R}^3$ . Paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos. <b>***hasta aquí la materia a evaluar en el primer parcial ***</b>
M 30/01	Repaso primer parcial
J 31/01	Repaso primer parcial.
V 01/02	<b>Primer parcial</b>
L 04/02	Funciones de varias variables y su representación geométrica.
K 05/02	Derivadas parciales y su aplicación en análisis marginal.
M 06/02	Derivadas direccionales y vector gradiente. Regla de la cadena.
J 07/02	Teorema de la función implícita. Plano tangente y recta normal a una superficie.
L 11/02	Máximos y mínimos, puntos críticos y punto de silla.
K 12/02	Extremos de funciones sobre regiones abiertas. Clasificación de puntos críticos (discriminante).
M 13/02	Polinomio de Taylor de segundo orden para una función de dos variables. Clasificación de puntos críticos (Taylor)
J 14/02	Clasificación de puntos críticos (Taylor).
L 18/02	Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange. Criterio del Hessiano orlado.
K 19/02	Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange. Criterio del Hessiano orlado.
M 20/02	Máximos y mínimos en regiones compactas.
J 21/02	Máximos y mínimos en regiones compactas.
L 25/02	Problemas de optimización de funciones de varias variables con restricción de igualdad.
K 26/02	Problemas de optimización de funciones de varias variables con restricción de igualdad.
M 27/02	Repaso segundo parcial.
J 28/02	Repaso segundo parcial.
V 01/03	<b>Segundo parcial</b>

## 6 Bibliografía

Los libros de texto para el curso son los siguientes:

1. Grossman, S. y Flores, J. (2012). *Álgebra Lineal*. (7a ed). México DF, México: Mc Graw Hill.
2. Pita, C. (1995). *Cálculo Vectorial* (1a ed). Naucalpan de Juárez, México: Prentice Hall Hispanoamérica.

El primero se utiliza exclusivamente para el tema de Álgebra Lineal, el segundo trata los contenidos elementales de Cálculo Diferencial. Otros libros como referencias bibliográficas complementaria son:

3. Arce, C., Castillo, W. y González, J. (2004). *Álgebra Lineal*. (3a ed). San José, Costa Rica: EUCR.
4. Howard, A (2016). *Introducción al álgebra lineal*. (5a ed). México DF, México: Limusa.
5. Lay, D. (2012) *Álgebra Lineal Elemental y sus Aplicaciones*. (4a ed). México DF, México: Pearson.
6. Stewart, J. (2012). *Cálculo de varias variables. Trascendentes tempranas*. (7a ed). México DF, México: Cengage Learning.
7. Marsden, J. y Tromba, A. (2004) *Cálculo Vectorial*. (5a ed). Madrid, España: Pearson.
8. Rogawski, J. (2012). *Cálculo: varias variables*. (3a ed). Barcelona, España: Reverté.