



Universidad de Costa Rica
Sede de Occidente
Departamento de Ciencias Naturales
Programa del curso
Geometría y Álgebra Lineal
III Ciclo, 2018

Datos Generales

Nombre del curso: Geometría y Álgebra Lineal.

Sigla: MA-0307.

Tipo de curso: Teórico

Número de créditos: 4 créditos.

Número de horas semanales presenciales: 10 horas.

Número de horas semanales de trabajo independiente del estudiante: 20 horas.

Requisitos: MA0205 Álgebra y Análisis I, y MA0270 Geometría I

Horario del curso: Lunes de 9:00 a 11:50 y de 13:00 a 15:50, Martes de 9:00 a 11:50 y de 13:00 a 15:50.

Datos del Profesor:

Nombre: Bolívar Alonso Ramírez Santamaría.

Correo Electrónico: ab.ramirez@hotmail.com/ bolivar.ramirez@ucr.ac.cr

Horario de Consulta: No hay ya que es un curso de verano.

Descripción del curso

Reciba la más cordial bienvenida al curso MA-0307, Geometría y Álgebra Lineal, dirigido a estudiantes del programa de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática. El Álgebra Lineal es el estudio de los sistemas (de ecuaciones) lineales, matrices, espacios vectoriales y las transformaciones lineales entre estos espacios. En este curso se presentan la totalidad de los conceptos del Álgebra Lineal en un marco concreto antes de pasar a considerarlos con toda generalidad. Además se hace hincapié en la intuición geométrica. Es importante destacar que Álgebra Lineal constituye una de las áreas fundamentales de la Matemática, inclusive cuenta con numerosas aplicaciones en distintas áreas de la ciencia y la tecnología.

De esta forma, en este curso se pretende proporcionar las herramientas teóricas y prácticas que son de utilidad para estudiar ya sea temas más abstractos de la Matemática, o bien áreas más aplicadas. De usted, como estudiante, se espera una actitud positiva que le permita llevar a cabo su tarea con el tesón y el esfuerzo necesarios. Para este curso es indispensable su disposición en términos de asistencia al curso, estudio individual fuera



de horario lectivo, realización de tareas, y la participación en clases. De parte del docente, en calidad de facilitador del proceso de aprendizaje, pondrá a su disposición sus conocimientos, así como el mayor empeño. Desde ya se le desea el mejor de los éxitos durante este ciclo lectivo.

Objetivo General

Estudiar los conceptos básicos del Álgebra Lineal que constituyen el punto de partida hacia ramas de la Matemáticas más abstractas y que además tienen vínculos con otras muchas áreas de las matemáticas aplicadas.

Objetivos específicos

1. Manejar adecuadamente el álgebra de matrices.
2. Resolver sistemas de ecuaciones lineales con ayuda del componente matricial (eliminación Gaussiana)
3. Determinar las condiciones necesarias y suficientes para que una matriz sea invertible.
4. Conocer y aplicar las propiedades básicas del cálculo de determinantes.
5. Emplear el cálculo de determinantes en la solución de sistemas de ecuaciones lineales, en los casos que sea factible.
6. Conocer y aplicar la geometría vectorial a diferentes tipos de problemas.
7. Definir formalmente el concepto de espacio vectorial, base y dimensión.
8. Profundizar en el concepto de transformación lineal y conocer los resultados teóricos clásicos para su estudio.
9. Conocer las transformaciones geométricas relevantes para las aplicaciones gráficas en el espacio bidimensional y tridimensional, y entender su relación con el álgebra lineal.
10. Operar con vectores, bases, subespacios, matrices y transformaciones lineales.
11. Calcular las coordenadas de un vector con respecto a una base.
12. Representar transformaciones lineales, matricialmente.
13. Calcular valores y vectores propios
14. Determinar las condiciones necesarias y suficientes para que una matriz sea diagonalizable.



Contenidos del curso

○ **CAPÍTULO I: Sistemas de ecuaciones lineales y matrices.**

Concepto general de una matriz. Matrices especiales. Álgebra de matrices. Propiedades básicas del álgebra de matrices. Sistemas de n ecuaciones lineales en m variables. Solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Matriz de coeficientes y matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Matrices equivalentes. Sistemas de ecuaciones lineales equivalentes y su relación con las operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Forma escalonada y forma escalonada reducida. Rango de una matriz. Método de reducción de Gauss-Jordan. Solución de un sistema de ecuaciones lineales que depende de uno o más parámetros. Sistemas de ecuaciones lineales no homogéneos y homogéneos.

○ **CAPÍTULO II: Matrices inversas.**

Inversa de una matriz y matrices invertibles. Método de Gauss-Jordan para hallar la inversa de una matriz. Matrices invertibles y sistemas lineales. Matriz transpuesta y sus propiedades.

○ **CAPÍTULO III: Determinantes.**

Definición del determinante de una matriz cuadrada y sus propiedades elementales. Cálculo del determinante de una matriz triangular. Determinante de una matriz invertible. Determinante de la transpuesta de una matriz. Cálculo de determinantes aplicando operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de una matriz. Regla de Cramer. Cálculo de la inversa de una matriz usando la matriz adjunta. Relación entre el rango de una matriz y su determinante.

○ **CAPÍTULO IV: Geometría Vectorial.**

Representación geométrica de un vector. Suma y resta de vectores, su representación geométrica y propiedades. Producto escalar de vectores y sus propiedades. Norma de un vector. Ángulo entre dos vectores. Producto cruz en \mathbb{R}^3 y sus propiedades. Proyecciones ortogonales.

○ **CAPÍTULO V: Espacios vectoriales, bases y dimensión.**

Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales. Subespacio vectorial. Combinación lineal de un conjunto de vectores de un espacio vectorial. Conjunto generador de un espacio vectorial. Bases y dimensión de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector con respecto a una base. Espacio fila y espacio columna de una matriz. Intersección y suma de subespacios vectoriales.

○ **CAPÍTULO VI: Ortogonalidad y proyecciones.**

Conjuntos de vectores ortogonales. Bases ortonormales. Complemento ortogonal de un subespacio. Proyección ortogonal sobre un subespacio. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt para la construcción de bases ortonormales. Distancia de un punto a un subespacio vectorial.



○ **CAPÍTULO VII: Transformaciones lineales.**

Concepto de transformación lineal. Determinación de una transformación lineal conocida su acción sobre una base. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Inyectividad y sobreyectividad de una transformación lineal. Relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal. Matriz asociada a una transformación lineal. Transformación lineal asociada a una matriz. Composición de transformaciones lineales y producto de matrices. Matriz de cambio de base. Rotaciones y reflexiones. Transformaciones lineales invertibles.

○ **CAPÍTULO VIII: Valores y vectores propios.**

Concepto de valor y vector propio. Subespacio asociado a un valor propio. Polinomio característico de una matriz. Diagonalización de matrices. Matrices ortogonalmente diagonalizables. Valor y vector propio de un operador lineal. Diagonalización de operadores lineales. Operadores lineales ortogonalmente diagonalizables.

○ **CAPÍTULO IX: Diagonalización de formas cuadráticas.**

Formas cuadráticas. Diagonalización de formas cuadráticas. Curvas y superficies cuadráticas. Ecuaciones canónicas de las curvas y superficies cuadráticas. Rotación y traslación de las secciones cónicas. Ejes principales y ángulo de rotación.

Metodología

Al ser un curso de verano del III Ciclo del 2018, contemplará principalmente una participación expositiva por parte del docente, sin embargo, los y las discentes deberán haber estudiado los temas con anterioridad de acuerdo con la bibliografía recomendada por el docente.

En este sentido, se dará énfasis a la comprensión de conceptos y al uso correcto del lenguaje matemático. Se presentarán suficientes ejemplos, principalmente para dirigir el estudio. También se valorará la respectiva atención a las interrogantes de los y las estudiantes. Se trabajará con las listas de ejercicios recomendados por el profesor, con el fin de reforzar la comprensión de los contenidos estudiados en clases.

Evaluación

Por ser un curso intensivo no se realizarán exámenes cortos, solo se realizarán tres exámenes parciales, cuyos porcentajes respectivos se detallan en la siguiente tabla.



Descripción	Porcentaje	Capítulos que se evalúan
1 ^{er} Examen Parcial	30%	I, II y III
2 ^{er} Examen Parcial	35%	IV, V y VI
3 ^{er} Examen Parcial	35%	VII, VIII y IX
Total	100%	



Consideraciones sobre la evaluación:

- **Sobre los exámenes parciales:** como se escribió en el apartado anterior, se realizarán tres exámenes parciales, los cuales se llevarán a cabo en las fechas establecidas en el cronograma del curso, aunque éstas pueden variar a consideración del docente. **Los capítulos por evaluar en cada examen parcial pueden variar según considere el docente.**
- **Sobre la nota de final:** La nota final (NF) es la suma correspondiente de los porcentajes obtenidos en los tres exámenes parciales.
 1. Si $70 \leq NF$ el o la estudiante aprueba el curso.
 2. Si $60 \leq NF < 70$ el o la estudiante tiene derecho a realizar examen de ampliación.
 3. Si $NF < 60$ el o la estudiante pierde el curso.
- **Sobre las reposiciones:** Los exámenes de reposición se harán de forma oral y estarán a cargo de un tribunal formado por tres profesores, incluyendo al profesor del curso. ***No hay reposición de la reposición de ningún parcial.*** La aplicación de los exámenes de reposición está sujeta al reglamento de Régimen Académico Estudiantil.

Otras generalidades del curso

- No se permite el uso de celulares, tabletas y relojes inteligentes durante las horas de clase ni durante los exámenes. El uso no relacionado con temas de clase equivale a la exclusión de dicha clase.
- Los exámenes deben entregarse debidamente grapados e identificados. Exámenes con hojas sueltas NO serán calificados.
- Luego de 30 minutos de iniciado el examen, no se permite el ingreso de estudiantes.
- El tiempo mínimo de permanencia en el aula, luego de iniciado el examen, es de una hora.



Cronograma

Se advierte que las fechas propuestas a continuación son provisionales, su variación o ratificación quedan sujetas a criterios del docente.

Semana	Actividad
Semana 1-2	Capítulo I, II, III .
1 ^{er} Examen Parcial	Viernes 25 de Enero, 8:00 horas.
Semana 3-4	Capítulo IV, V y VI.
2 ^{do} Examen Parcial	Viernes 08 de Febrero, 8:00 horas.
Semana 5-6	Capítulo VII, VIII y IX.
3 ^{er} Examen Parcial	Viernes 22 de Febrero, 8:00 horas.
Reposiciones de los tres parciales	Lunes 25 de Febrero, 8:00 horas.
Examen de Ampliación	Lunes 04 de Marzo, 08:00 horas.

Bibliografía

- [1] ANTON, H. *Introducción al Álgebra lineal*. Tercera Edición, Editorial Limusa Wiley, 2003.
- [2] BARRANTES, H. *Álgebra lineal*. Editorial UNED, 1999.
- [3] ERREVECHÍA, MARIANO. *Apuntes de Álgebra lineal*. Tomado de <http://people.virginia.edu/~me3qr/Teaching/apuntesma1004.pdf>
- [4] FRIEDBERG S., INSEL A., AND SPENCE, L. *Linear Algebra*. Four Edition, Editorial Prentice Hall, 2003.
- [5] GROSSMAN, S. *Álgebra lineal*. Quinta Edición, Editorial McGraw Hill, 1996.
- [6] HOFFMAN K. Y KUNZE R. *Álgebra Lineal*. Editorial Prentice Hall Internacional. 1979.
- [7] KOLMAN, B. *Álgebra lineal (con aplicaciones y Matlab)*. Sexta Edición, Editorial Prentice Hall (Pearson), 1999.
- [8] NAKOS, G. Y JOYNER D. *Álgebra lineal (con aplicaciones)*. Editorial Thomson, 1999.
- [9] NICHOLSON, K. *Álgebra lineal (con aplicaciones)*. Cuarta Edición, Editorial McGraw Hill, 2003.
- [10] POOLE, D. *Álgebra lineal (una moderna introducción)*. Editorial Thomson, 2004.
- [11] ZEGARRA, L. *Álgebra lineal*. Editorial McGraw Hill, 2001.