



Universidad de Costa Rica
Facultad de Ciencias
Escuela de Matemática
Departamento de Matemática Aplicada
MA 0001 Precálculo
III Ciclo 2018



Curso: teórico-práctico

Modalidad: ciclos (I, II y III)

Créditos: 0

Horas presenciales: 10

Horas extraclase: 8 mínimo

Requisito: ninguno

Correquisito: ninguno

CARTA AL ESTUDIANTE

Estimada y estimado estudiante

Reciba un cordial saludo de parte de la cátedra MA 0001, deseándole de antemano todos los éxitos en este ciclo lectivo.

En este documento usted encontrará toda la información relacionada al curso tal como: descripción, metodología, objetivos, contenidos, cronograma, calendario de pruebas, evaluación y bibliografía sugerida. Le recomendamos realizar una lectura minuciosa del mismo y calendarizar las fechas importantes.

I. Descripción

En este curso se realiza una revisión, profundización e incorporación de los contenidos en el tema de Funciones estudiados en la educación secundaria así como otros que no forman parte de la misma, potenciando el desarrollo conceptual de los mismos, su uso procedimental y las habilidades matemáticas de los estudiantes.

El curso está orientado a los procesos algebraicos asociados a criterios de funciones, el tratamiento gráfico y la aplicación de diversos contenidos en la resolución de problemas.

MA 0001 Precálculo responde a las necesidades de quienes deben cursar Cálculo diferencial e integral, pero que evidencian deficiencias en su formación matemática de secundaria. Se pretende fomentar un rol activo del(de la) estudiante y un cambio en la posición tradicional del docente, de manera tal que funja como un mediador y guía del proceso de interiorización de los contenidos.

De acuerdo con el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (2001), el crédito es la *“unidad valorativa del trabajo del(de la) estudiante, equivalente a tres horas semanales de su trabajo, durante quince semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por el(la) profesor(a)”* y esto debe contemplarse porque, a pesar de que el curso no posee créditos, usted debe tomar en cuenta el tiempo que debe dedicar a las actividades que se plantean para la consecución de los objetivos.

Las ocho horas mínimas de dedicación fuera de la clase son fundamentales, pues permiten completar el proceso de aprendizaje que se desarrolla dentro del aula.

II. Objetivos

- **Objetivo general**

Favorecer la adquisición de herramientas conceptuales y procedimentales de Matemática que permitan al estudiante desenvolverse satisfactoriamente en su primer curso de Cálculo y durante su formación profesional.

■ *Objetivos específicos*

Al finalizar el curso se espera que el(la) estudiante sea capaz de:

1. Determinar el dominio máximo de funciones dado su criterio.
2. Determinar el dominio, ámbito, imágenes, preimágenes, puntos máximos y mínimos (locales y absolutos), puntos de inflexión, intersección con los ejes, intervalos de monotonía, ecuaciones de asíntotas, intervalos de concavidad y convexidad y signo a partir de la gráfica de una función.
3. Aplicar las leyes de potencias, las propiedades de la suma y el producto, así como los productos notables en combinación de operaciones con polinomios.
4. Factorizar en forma completa el criterio de una función polinomial en \mathbb{R} .
5. Aplicar el teorema del factor y el teorema de las raíces racionales en la resolución de ejercicios.
6. Aplicar la técnica de completar el cuadrado para escribir el criterio de una función polinomial f en la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, con $a, h, k \in \mathbb{R}$.
7. Expresar el criterio de una función racional f en la forma $f(x) = C(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$, con $C(x) \neq 0, Q(x), R(x)$ polinomios, haciendo uso de la división de polinomios.
8. Simplificar el criterio de una función racional (incluye valor absoluto).
9. Racionalizar (denominador o numerador) el criterio de una función con radical.
10. Reescribir el criterio de una función racional mediante suma o resta de fracciones.
11. Efectuar la descomposición en fracciones parciales del criterio de una función racional.
12. Determinar en \mathbb{R} las intersecciones con los ejes de la gráfica de una función polinomial, valor absoluto, radical, racional, exponencial, logarítmica, trigonométrica o definida a trozos.
13. Reescribir el criterio de una función logarítmica haciendo uso de propiedades de logaritmos.
14. Determinar el signo de una función dado el criterio.
15. Resolver problemas aplicando los conceptos de ecuación de la recta, rectas paralelas y perpendiculares.
16. Determinar las coordenadas del o los puntos de intersección entre gráficas de funciones.
17. Trazar mediante transformaciones (verticales, horizontales, reflexiones, compresiones y elongaciones) gráficas de funciones con criterios: lineal, cuadrático, cúbico, valor absoluto, racional, raíz cuadrada, exponencial, logarítmica o definidas a trozos.
18. Determinar el dominio, el ámbito, imagen, preimagen, periodo, asíntotas y gráfica de las funciones trigonométricas y trigonométricas inversas.
19. Emplear las características de las funciones trigonométricas inversas principales (arco seno, arco coseno y arco tangente) en la resolución de ejercicios.
20. Reescribir el criterio de una función trigonométrica utilizando identidades trigonométricas.

III. Contenidos

■ *Temas transversales*

1. Números reales y sus subconjuntos.
2. Propiedades de la suma y la multiplicación en \mathbb{R} .
3. Orden en \mathbb{R} .
4. Desigualdades e intervalos.
5. Operaciones con números reales.

6. Ecuaciones lineales y cuadráticas, inecuaciones lineales.
7. Conceptos básicos de una función: dominio, codominio, ámbito, gráfico, imagen, preimagen, intersección con ejes, gráfica.

■ **Tema I: Funciones y Geometría Analítica**

1. Monotonía de una función.
2. Puntos máximos, mínimos, de inflexión.
3. Ecuaciones de asíntotas.
4. Intervalos de concavidad y convexidad.
5. Intersecciones con los ejes de la gráfica de una función polinomial, racional, radical, valor absoluto con criterio de la forma $f(x) = |P(x)| + a$, $f(x) = |P(x)| - Q(x)$, exponencial, logarítmica.
6. Signo de una función.
7. Dominio máximo de una función.
8. Función compuesta.
9. Función polinomial
Factorización del criterio en \mathbb{R} empleando los métodos de factor común, diferencia de cuadrados, inspección, fórmula general, diferencia de cubos, suma de cubos y división sintética. Teorema del factor y de las raíces racionales.
Operaciones con expresiones algebraicas: suma, resta, multiplicación (productos notables)
10. Función racional
División de polinomios.
Simplificación del criterio.
Suma, resta de fracciones algebraicas.
Descomposición del criterio en fracciones parciales.
11. Función radical
Racionalización del criterio (numerador o denominador).
12. Función valor absoluto
Definición $f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$
Simplificación del criterio.
13. Función logarítmica
Propiedades de los logaritmos.
14. Graficación de funciones mediante traslaciones, compresiones, elongaciones, reflexiones.
15. Intersección entre gráficas de funciones.
16. Ecuación de la recta, rectas paralelas, rectas perpendiculares.

■ **Tema II: Funciones trigonométricas y funciones trigonométricas inversas**

1. Funciones trigonométricas y trigonométricas inversas: concepto, dominio, ámbito, período, gráficas estándar, intersecciones con los ejes, concavidad, convexidad y monotonía.
2. Identidades trigonométricas.
3. Intersecciones con los ejes de las funciones trigonométricas y trigonométricas inversas.

IV. Metodología

La dinámica de trabajo para el curso de Precálculo se orientará combinando sesiones teóricas y prácticas. En las sesiones teóricas el docente expondrá los contenidos del curso evidenciando su importancia en los de Cálculo; las sesiones prácticas serán diseñadas por los profesores de la cátedra y fomentarán el trabajo en equipo, para propiciar la tolerancia, participación e igualdad entre sus integrantes así como la comunicación entre estudiantes, estudiante-docente. Esta dinámica de trabajo demanda al estudiante asistir regularmente al curso (aunque no está obligado a ello), lo cual favorece a que se involucre en el proceso y los contenidos sean presentados de forma reiterada lección a lección.

V. Cronograma

SEMANA	CONTENIDOS
7 enero al 11 enero	Presentación y discusión de carta al estudiante. Lectura de gráficas: dominio, ámbito, gráfico, imagen, preimagen, intersección con ejes, ecuaciones de asíntotas, función constante, estrictamente creciente y estrictamente decreciente, concavidad, signo de la función, intervalos donde la función es mayor o menor que un número dado, puntos máximos y mínimos (locales y absolutos). Función polinomial: leyes de potencia, las propiedades de la suma y el producto, productos notables, combinación de operaciones con polinomios. Función polinomial: factor común, diferencia de cuadrados, inspección, fórmula general.
14 enero 18 enero	Función polinomial: diferencia de cubos, suma de cubos, división sintética, teorema del factor y de las raíces racionales, intersecciones con los ejes. Función racional: dominio, simplificación del criterio, suma y resta de expresiones fraccionarias, división de polinomios, intersecciones con los ejes.
21 enero al 25 enero	Función racional: descomposición en fracciones parciales. Función radical: dominio, racionalización del criterio, intersecciones con los ejes. Función valor absoluto: análisis de una expresión con uno o varios valores absolutos.
28 enero al 1 febrero	Función valor absoluto: análisis de una expresión con uno o varios valores absolutos, intersecciones con los ejes. Composición de funciones. Práctica para examen.
Hasta aquí los contenidos del I Parcial I Parcial: V 1 febrero 8:00 am	
4 febrero al 8 febrero	Función exponencial: intersecciones con los ejes. Función logarítmica: dominio, propiedades de logaritmos, intersecciones con los ejes. Signo de la función dado su criterio.
11 febrero al 15 febrero	Signo de la función dado su criterio. Rectas, rectas paralelas y perpendiculares. Gráficas básicas. Técnica de completar el cuadrados. Intersección entre gráficas de funciones (incluye graficación).
18 febrero al 22 febrero	Nociones básicas de Trigonometría (ángulos en grados y radianes, triángulos especiales, ángulo de referencia). Funciones trigonométricas (Incluye inversas). Identidades trigonométricas. Intersecciones con los ejes.
25 febrero al 1 marzo	Intersecciones con los ejes. Práctica para examen.
Hasta aquí los contenidos del II Parcial II Parcial: V 1 de marzo 8 a.m.	

Notas:

1. El objetivo **Determinar el dominio máximo de funciones dado su criterio** se trabajará transversalmente para todas las funciones en estudio.
2. El desarrollo de este cronograma depende del avance general de la cátedra aunque se procurará cumplir lo propuesto.

VI. Evaluación

El desempeño del(de la) estudiante se valorará considerando dos pruebas parciales con los cuales se pretende evaluar su progreso respecto a los objetivos del curso. Los exámenes tendrán un valor de 50

por ciento cada uno.

En la tabla se muestra las fechas de cada prueba.

I Parcial: V 1 febrero 8:00 a.m.
II Parcial: V 1 marzo 8 a.m.
Ampliación: V 8 marzo 8:00 a.m.

Disposiciones para la realización de las evaluaciones

Al asistir a cualquier evaluación debe considerar los siguientes aspectos:

1. Las pruebas son de cátedra y su resolución es en forma individual.
2. Debe presentar alguna identificación válida (cédula, licencia de conducir o carné universitario con fotografía, vigente) de lo contrario no podrá efectuar la prueba.
3. La resolución de la prueba es en un cuaderno de examen (no se permiten hojas sin grapar) y debe usar bolígrafo de tinta azul o negra.
4. No está permitido que el(la) estudiante utilice su celular o cualquier otro medio de comunicación electrónico durante las pruebas. Cualquier intento de fraude en la misma será sancionado de acuerdo con lo que estipula el Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Costa Rica correspondiente.
5. Solamente se permitirán calculadoras científicas básicas, es decir, no está permitido el uso de calculadoras programables, teléfonos celulares ni tabletas.
6. El estudiante debe presentarse puntualmente el día del examen en el aula que fue asignada a su grupo y expuesta en la pizarra de MA 0001, así como en la plataforma Moodle. No se permiten los cambios de grupo, **todo y toda estudiante debe realizar las evaluaciones en el grupo en el que está matriculado.**

Prueba de reposición

Aquellos y aquellas estudiantes con ausencia justificada a un examen de cátedra tal como enfermedad (con dictamen médico), choques de exámenes (con constancia del(la) coordinador(a) respectivo), credo religioso (carta de la iglesia) o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán solicitar realizar el examen de reposición. Para esto el proceso es el siguiente:

1. Completar el formulario de solicitud de reposición (se descarga de la página de la Escuela de Matemática o de la plataforma Moodle del curso), adjuntar la respectiva constancia y depositarla en el casillero de la coordinadora de MA 0001 y dar una copia al(a la) profesor(a). Finalmente **el(la) estudiante debe enviar un correo electrónico a la coordinadora del curso** para confirmar el recibido de su solicitud. En las sedes regionales este trámite se realiza con el(la) docente.
2. Sobre lo anterior, debe aclararse que la solicitud se presenta **posterior** a la aplicación de la prueba ordinaria ya que su procesamiento será luego de efectuada la misma y no antes.
3. La solicitud será aprobada siempre y cuando esta cumpla con lo establecido en el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (Capítulo VI, artículo 24). Por tal motivo se publicará periódicamente antes de la prueba de reposición el listado y condición de las solicitudes tramitadas en el sitio Moodle del curso.

4. **Es deber del(de la) estudiante** consultar si su solicitud fue aprobada o no en los diversos medios de comunicación del curso. Si el(la) estudiante no se presenta a realizar la prueba, esta no se le repondrá, salvo justificación indicada en el Reglamento de Régimen Académico.

Calificación de pruebas

Es importante considerar que toda la normativa de evaluación del curso se rige según lo establecido en el capítulo VI del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil. Algunos aspectos relevantes de este son:

1. Cada prueba le debe ser entregadas a más tardar diez días hábiles después de haberse efectuado, de lo contrario, el(la) estudiante podrá presentar reclamo ante la dirección de la Escuela de Matemática.
2. La pérdida comprobada por parte de su docente de cualquier prueba le da derecho a una nota equivalente al promedio de todas las evaluaciones del curso o a repetir la prueba según su criterio.
3. Si considera que la prueba ha sido mal evaluada, tiene derecho a solicitar a su docente, de forma oral, aclaraciones y adiciones sobre la evaluación, en un plazo no mayor de tres días hábiles posteriores a la devolución de esta. En el caso extremo de no ponerse de acuerdo el(la) profesor(a) y el(la) estudiante en cuanto a la calificación, este último podrá apelar ante la dirección de la Escuela de Matemática en los cinco días hábiles siguientes, aportando una solicitud escrita razonada y las pruebas del caso, con copia al CASE. La dirección, con asesoría de la Comisión de Evaluación y Orientación, emitirá su resolución escrita a más tardar quince días hábiles después de recibida la apelación.
4. Adicionalmente a lo anterior, el(la) estudiante puede solicitar a la coordinadora una cita para realizar una revisión de su prueba, luego de haberlo discutido con su profesor o profesora.

Reporte de la nota de aprovechamiento (NA)

La nota de aprovechamiento será el resultado de la suma de los porcentajes obtenidos por el(la) estudiante en cada uno de los rubros descritos anteriormente. Esta nota se expresa en una escala de 0 a 10, redondeada a la unidad o media unidad más próxima, de acuerdo con los criterios del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (artículos 25 y 28), los cuales se indican a continuación:

1. Si $NA \geq 6,75$ el(la) estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media unidad más próxima, los casos intermedios como 7,25 se redondean hacia arriba, es decir, 7,5.
2. Si $5,75 \leq NA < 6,75$, el(la) estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7,0 para aprobar el curso con nota 7,0, en caso contrario su nota será 6,0 o 6,5, según lo obtenido como calificación en el curso.
3. Si $NA < 5,75$ pierde el curso.

El reporte de la nota final a la Oficina de Registro e Información será AP si el(la) estudiante aprueba el curso, en caso contrario se consignará NAP, debido a la naturaleza de cero créditos de MA 0001.

Prueba de ampliación

Si la o el(la) estudiante obtiene una nota de aprovechamiento (NA) de 6,0 o 6,5 tiene derecho a realizar la prueba de ampliación, bajo la siguiente modalidad:

Solo se realiza prueba de ampliación de los objetivos evaluados en aquellos parciales en los que el(la) estudiante haya obtenido una nota inferior a 70 (**no aplica el redondeo**)

VII. Objetivos de aprendizaje por evaluar

A continuación, se indican los objetivos de aprendizaje para cada parcial. Debe considerarse que estos podrían modificarse de acuerdo con el avance de los grupos de la cátedra.

I Parcial

1. Determinar el dominio, ámbito, imágenes, preimágenes, puntos máximos y mínimos (locales y absolutos), intersección con los ejes, intervalos de monotonía, ecuaciones de asíntotas, intervalos de concavidad y convexidad y signo a partir de la gráfica de una función.
2. Factorizar en forma completa el criterio de una función polinomial en \mathbb{R} .
3. Aplicar las leyes de potencias, las propiedades de la suma y el producto, así como los productos notables en combinación de operaciones con polinomios.
4. Determinar el dominio máximo de funciones dado su criterio (polinomial, racional, radical y valor absoluto).
5. Aplicar el teorema del factor y el teorema de las raíces racionales en la resolución de ejercicios.
6. Expresar el criterio de una función racional f en la forma $f(x) = C(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$, con $C(x) \neq 0, Q(x), R(x)$ polinomios, haciendo uso de la división de polinomios.
7. Racionalizar (denominador o numerador) el criterio de una función con radical.
8. Simplificar el criterio de una función racional.
9. Reescribir el criterio de una función racional mediante suma o resta de fracciones.
10. Efectuar la descomposición en fracciones parciales del criterio de una función racional.
11. Determinar en \mathbb{R} las intersecciones con los ejes de la gráfica de una función polinomial, radical, racional y valor absoluto.
12. Simplificar el criterio de una función racional con valor absoluto (a lo más dos).
13. Identificar los criterios de funciones involucradas en el criterio de una función compuesta.

II Parcial

1. Determinar el dominio máximo de funciones dado su criterio (exponencial, logarítmica).
2. Determinar el signo de una función dado el criterio.
3. Determinar en \mathbb{R} las intersecciones con los ejes de la gráfica de una función exponencial o logarítmica.
4. Reescribir el criterio de una función logarítmica haciendo uso de propiedades de logaritmos.
5. Resolver problemas aplicando los conceptos de ecuación de la recta, rectas paralelas y perpendiculares.
6. Aplicar la técnica de completar el cuadrado para escribir el criterio de una función polinomial f en la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, con $a, h, k \in \mathbb{R}$.
7. Trazar mediante transformaciones (verticales, horizontales, reflexiones, compresiones y elongaciones) gráficas de funciones con criterios: lineal, cuadrático, cúbico, valor absoluto, racional, raíz cuadrada, exponencial, logarítmica o definidas a trozos.

8. Determinar las coordenadas del o los puntos de intersección entre gráficas de funciones.
9. Determinar el dominio, el ámbito, imagen, preimagen, periodo, asíntotas, gráfica de las funciones trigonométricas y trigonométricas inversas.
10. Determinar las intersecciones con los ejes de la gráfica de una función trigonométrica en un intervalo.
11. Reescribir el criterio de una función trigonométrica utilizando identidades trigonométricas.
12. Emplear las características de las funciones trigonométricas inversas principales (arco seno, arco coseno y arco tangente) en la resolución de ejercicios.

VIII. Referencias bibliográficas

A continuación se brinda un listado de libros y documentos que sirven como referencia teórica y práctica para los diversos contenidos del curso. Los libros 5 y 9 son referentes importantes para el curso, ya que contiene la mayoría de temas con el enfoque del curso.

1. Arias, F. & Poveda, W. (2011). Matemática Elemental. Editorial UCR.
2. Blanco, R. (2007). Geometría. CONARE-Proyecto RAMA. Disponible en www.diagnostico.emate.ucr.ac.cr
3. Díaz, P. (2007). Números Reales y Fundamentos de Álgebra. CONARE-Proyecto RAMA. Disponible en www.diagnostico.emate.ucr.ac.cr
4. Jiménez, J. (2007). Funciones. CONARE-Proyecto RAMA. Disponible en www.diagnostico.emate.ucr.ac.cr
5. Larson, R. & Falvo, D. (2011). Precálculo. Octava edición. Cengage Learning Editores.
6. Sancho, V. & Sancho, L. (2007) Trigonometría. CONARE-Proyecto RAMA. Disponible en www.diagnostico.emate.ucr.ac.cr
7. Stewart, J. & Redlin, L. & Watson, S. (2007). Precálculo. Matemáticas para el cálculo. Quinta edición. Editorial Thomson. México.
8. Swokowski, E. & Cole, J. (2002). Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. Décima edición, México: Thompson Editores.
9. Zill, D. & Dewar, J. (2010). Precálculo con avances de Cálculo. México: McGraw- Hill.

Atentamente,

Cátedra MA 0001 Precálculo
Coordinadora: Lic. Diana Chacón Camacho
Correo electrónico: dianalucia.chacon@ucr.ac.cr
Casillero: 60 (segundo piso Escuela de Matemática)
Oficina: 324 Escuela de Matemática, Ciudad de la Investigación