



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS  
ESCUELA DE MATEMÁTICA



Departamento Matemática Aplicada  
I Ciclo-2015

## La Carta al Estudiante

### 1 Información General

**Nombre del curso:** Matemática para economía y estadística I

**Sigla:** MA-0213

**Naturaleza del curso:** Teórico

**N<sup>ro</sup> de horas presenciales:** 5

**Modalidad:** Semestral

**Créditos:** 4

**Requisito:** MA-0125

**Correquisito:** Ninguno

#### Estimado(a) estudiante:

Reciba una cordial bienvenida y esperamos que este curso contribuya significativamente a su formación profesional. En este documento encontrará la información referente a la descripción, objetivos, contenidos, evaluación, cronograma y bibliografía del curso. Para el mejor aprovechamiento de este curso, el estudiante debe contar con un manejo ágil de los temas y contenidos de Precálculo que se detallan en <http://diagnostico.emate.ucr.ac.cr/>, la página del examen de diagnóstico en matemática de esta universidad.

El curso tiene 4 créditos. De acuerdo con el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil a 4 créditos corresponde una dedicación de 12 horas por semana para el estudiante. De estas 12 horas, aproximadamente 4 horas corresponden a los períodos de lecciones (250 minutos); en consecuencia, 8 horas corresponden a trabajo del estudiante fuera de clases. La información puede consultarse en [http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/definicion\\_credito.pdf](http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/definicion_credito.pdf).

### 2 Objetivos generales del curso

- Conocer y aplicar la teoría básica del cálculo diferencial e integral en una variable, para la posterior resolución de problemas en economía, estadística y matemática.
- Conocer y utilizar adecuadamente el lenguaje y los razonamientos matemáticos.

### 3 Objetivos específicos del curso

1. Enunciar y aplicar conceptos y propiedades de límites, continuidad, derivadas, antiderivadas integrales definidas, integrales impropias de funciones de una variable real.
2. Aplicar y demostrar teoremas que involucran conceptos de límites, continuidad, derivación e integración.
3. Calcular límites, derivadas e integrales definidas e indefinidas de funciones.
4. Justificar los procedimientos realizados para el cálculo de límites, derivadas e integrales definidas e indefinidas de funciones elementales.
5. Determinar la continuidad o discontinuidad de una función.
6. Clasificar, en evitables o inevitables, las discontinuidades de una función.
7. Determinar los intervalos de monotonía de una función, sus valores extremos relativos, los intervalos en los que la gráfica de la función es cóncava hacia arriba o hacia abajo, y los puntos de inflexión.
8. Justificar los procedimientos empleados para determinar los intervalos de monotonía de una función, sus valores extremos relativos, los intervalos en los que la gráfica de la función es cóncava hacia arriba o hacia abajo, y los puntos de inflexión.
9. Determinar la ecuación de las asíntotas correspondientes a una función.
10. Trazar la gráfica de una función.
11. Resolver problemas que requieran el cálculo de derivadas de funciones reales.
12. Calcular el área de la región del plano limitada por dos o más curvas.
13. Aplicar técnicas básicas para el estudio de la convergencia de integrales impropias.

#### 3.1 Objetivos a evaluar en cada examen

A continuación se detallan los objetivos a evaluar en cada prueba parcial, para que el estudiante tenga claro de antemano que debe conocer para cada prueba.

##### I parcial

1. Reconocer gráficamente límites (laterales, infinitos y al infinito).
2. Calcular límites (laterales, infinitos y al infinito) de las formas indeterminadas  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$ ,  $\infty - \infty$  y  $0 \cdot \infty$  mediante fórmulas notables, factorización, racionalización, definición de valor absoluto, límites especiales, identidades trigonométricas y propiedades de los límites.
3. Analizar la continuidad de una función a partir de su gráfica.
4. Clasificar los puntos de discontinuidad de una función a partir de su gráfica.
5. Analizar la continuidad de una función a partir de su criterio, incluyendo casos de criterio dividido.

6. Calcular derivadas de funciones algebraicas, trigonométricas, trigonométricas inversas, logarítmicas y exponenciales a partir de la definición o de las propiedades.
7. Analizar la existencia de la derivada de una función en un punto, a partir de su criterio, incluyendo casos de criterio dividido.

## **II parcial**

1. Calcular derivadas de orden superior a partir del criterio de la función, incluyendo derivación implícita y logarítmica.
2. Calcular límites usando la regla de l'Hopital.
3. Calcular la ecuación de la recta tangente a una curva dada, que contenga un punto dado cualquiera, incluyendo funciones definidas implícitamente.
4. Calcular los puntos de una curva donde esta tiene una pendiente específica.
5. Resolver problemas de razones de cambio.
6. Identificar los extremos absolutos y relativos de una función a partir de su criterio utilizando las derivadas de la función.
7. Calcular los puntos críticos y de inflexión de una función a partir de su criterio.
8. Verificar si una función satisface las hipótesis del teorema de Rolle y del valor medio en un intervalo dado.
9. Determinar la monotonía y concavidad de una función a partir de los cuadros de variación de las derivadas.
10. Calcular las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de una curva.
11. Desarrollar el estudio completo de una función para hacer el trazo de su gráfica. Esto incluye: dominio, intersecciones con los ejes, asíntotas, monotonía, concavidad, puntos críticos y de inflexión y gráfica.
12. Resolver problemas de optimización donde se involucra conceptos geométricos, enfocados a problemas estadísticos.
13. Calcular integrales indefinidas que requieran el uso de sus propiedades, fórmulas de integración básicas, identidades algebraicas y trigonométricas, así como la técnica de sustitución.

## **III Parcial**

1. Calcular integrales definidas usando sumas de Riemann y el teorema fundamental del cálculo.
2. Calcular integrales de funciones algebraicas, trigonométricas, trigonométricas inversas, logarítmicas y exponenciales.
3. Calcular el área bajo una curva o encerrada entre dos o más curvas.
4. Calcular integrales definidas e indefinidas usando las técnicas de sustitución, fracciones parciales, sustitución trigonométrica, e integración por partes.
5. Estudiar la convergencia de integrales impropias de primera y segunda especie, usando la definición, así como el criterio de comparación al límite.

## 4 Programa del curso

### 4.1 Tema 1. Límites y continuidad.

1. Reconocimiento gráfico y definición formal de situaciones de límite. Breve repaso de las gráficas de las funciones elementales: reconocimiento de situaciones de existencia e inexistencia de continuidad y de límite en gráficas completas; justificación.
2. Límites laterales hacia un punto.
3. Definición formal de límite y de continuidad de una función en un punto; tipos de discontinuidad.
4. Límites infinitos (noción intuitiva, definición formal), concepto de asíntotas verticales en un punto. Límites al infinito: concepto, reconocimiento gráfico y asíntotas horizontales hacia infinito.
5. Propiedades de los límites y de las funciones continuas; análisis y justificación de continuidad de una función en un punto, en un conjunto; cálculo de límites; problemas con parámetros.
6. Teorema para el cambio de variable y límites  $0/0$ .

### 4.2 Tema 2. Razones de cambio y derivadas.

1. Situaciones de límite que conducen a un mismo concepto matemático: valor de la derivada de  $f$  para un valor  $x = a$  dado; problemas de rectas secantes, rectas tangentes y de razones de cambio.
2. Definición de la función derivada en un intervalo abierto. Derivabilidad implica continuidad. Reconocimiento gráfico de la derivabilidad mediante definición de derivada en un punto, análisis de existencia e inexistencia del valor  $f'(x)$  para un valor  $x = a$  dado.
3. Derivadas de las funciones básicas (sin demostración de las derivadas de seno, exponencial y logaritmo natural).
4. Existencia y fórmulas de la derivada de la suma (resta), producto y división de funciones derivables en un valor dado  $x = a$ .
5. A partir de la derivada de  $\sin x$ , deducción de las derivadas de las demás funciones trigonométricas.
6. Visualización de límites como derivadas. Derivada de una función compuesta (Regla de la cadena).
7. Derivadas de orden superior. Visualización de límites como cocientes de derivadas. Demostración de la Regla elemental de L'Hopital. Aplicaciones a límites trigonométricos y exponenciales.
8. Regla de la Cadena y problemas básicos de razones de cambio relacionadas.
9. Regla de la Cadena y derivación implícita, derivación de funciones inversas.
10. Derivación logarítmica.

### 4.3 Tema 3. Teoremas de funciones continuas en un intervalo cerrado.

1. Teorema de los Valores intermedios para funciones continuas; ejemplos de aplicaciones.
2. Teorema de Valores Extremos para funciones continuas en un intervalo cerrado.
3. Teorema de Fermat; optimización de funciones continuas en intervalos cerrados.
4. Teorema de Rolle y el Teorema del Valor Medio: justificación intuitiva y justificación formal.
5. Corolarios sobre antiderivadas y: definición, cálculo y gráficas de antiderivadas; concepto de ecuaciones diferenciales, resolución.
6. Corolarios del TVM para determinar monotonía y concavidad. Relación entre las gráficas de una función y las de sus derivadas sucesivas. Trazo de gráficas de funciones; condiciones de primero y segundo orden para optimización sobre intervalos abiertos.

### 4.4 Tema 4. Integración.

1. Antiderivadas e integral indefinida. Propiedades.
2. Cálculo de diferenciales y cálculo de antiderivadas o integrales indefinidas por sustitución.
3. Integración por partes y fracciones parciales.
4. Áreas bajo curvas positivas. La distancia recorrida como el área bajo la curva de velocidad positiva.
5. Sumas de Riemann, introducción a límites de sucesiones y a series. Integral definida.
6. Propiedades básicas. Teorema fundamental del cálculo: cálculo de integrales definidas. Teorema fundamental del cálculo: Funciones definidas mediante integrales; derivación y propiedades. El Teorema del cambio total.
7. Cálculo del área bajo una curva, y área entre curvas.
8. Definición de integrales impropias e introducción al análisis de convergencia de integrales impropias de primera y de segunda especie; teoría y ejemplos.
9. Definición de la función logaritmo natural como integral definida; introducción a la deducción de propiedades de funciones logarítmicas y exponenciales.

## 5 Cronograma

Este cronograma es una guía de la distribución por semana de los contenidos del curso, cada profesor está en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesaria según su estilo y en el orden que desee, siempre que no altere los contenidos que debe cubrir cada examen parcial.

# Semana	Fechas	Temas
1	Del 09/03 al 13/03	Reconocimiento gráfico y definición formal de situaciones de límite. Breve repaso de las gráficas de las funciones elementales: reconocimiento de situaciones de existencia e inexistencia de continuidad y de límite en gráficas completas; justificación. Límites laterales hacia un punto. Definición formal de límite y de continuidad de una función en un punto; tipos de discontinuidad.
2	Del 16/03 al 20/03	Límites infinitos (noción intuitiva, definición formal), concepto de asíntotas verticales en un punto. Límites al infinito: concepto, reconocimiento gráfico y asíntotas horizontales hacia infinito. Propiedades de los límites y de las funciones continuas; análisis y justificación de continuidad de una función en un punto, en un conjunto; cálculo de límites; problemas con parámetros.
3	Del 23/03 al 27/03	Teorema para el cambio de variable y límites $0/0$ . Situaciones de límite que conducen a un mismo concepto matemático: valor de la derivada de $f$ para un valor $x = a$ dado; problemas de rectas secantes, rectas tangentes y de razones de cambio. Definición de la función derivada en un intervalo abierto. Derivabilidad implica continuidad. Reconocimiento gráfico de la derivabilidad mediante definición de derivada en un punto, análisis de existencia e inexistencia del valor $f'(x)$ para un valor $x = a$ dado.
4	Del 30/03 al 03/04	<b>Semana Santa</b>
5	Del 06/03 al 10/04	Derivadas de las funciones básicas (sin demostración de las derivadas de seno, exponencial y logaritmo natural). Existencia y fórmulas de la derivada de la suma (resta), producto y división de funciones derivables en un valor dado $x = a$ .
6	Del 13/04 al 17/04	A partir de la derivada de $\sin x$ , deducción de las derivadas de las demás funciones trigonométricas. Visualización de límites como derivadas. Derivada de una función compuesta (Regla de la cadena). Derivadas de orden superior. Visualización de límites como cocientes de derivadas. Demostración de la Regla elemental de L'Hopital. Aplicaciones a límites trigonométricos y exponenciales.
7	Del 20/04 al 24/04	Regla de la Cadena y derivación implícita, derivación de funciones inversas. Derivación logarítmica.

# Semana	Fechas	Temas
8	Del 27/04 al 01/05	Teorema de los Valores intermedios para funciones continuas; ejemplos de aplicaciones. Teorema de Valores Extremos para funciones continuas en un intervalo cerrado. Teorema de Fermat; optimización de funciones continuas en intervalos cerrados.
9	Del 04/05 al 08/05	Corolarios sobre antiderivadas y: definición, cálculo y gráficas de antiderivadas; concepto de ecuaciones diferenciales, resolución. Corolarios del TVM para determinar monotonía y concavidad. Relación entre las gráficas de una función y las de sus derivadas sucesivas. Trazo de gráficas de funciones; condiciones de primero y segundo orden para optimización sobre intervalos abiertos. Antiderivadas e integral indefinida. Propiedades.
10	Del 11/05 al 15/05	Cálculo de diferenciales y cálculo de antiderivadas o integrales indefinidas por sustitución.
11	Del 18/05 al 22/05	Integración por partes y fracciones parciales.
12	Del 25/05 al 29/05	Áreas bajo curvas positivas. La distancia recorrida como el área bajo la curva de velocidad positiva. Sumas de Riemann, introducción a límites de sucesiones y a series. Integral definida.
13	Del 01/06 al 05/06	Propiedades básicas. Teorema fundamental del cálculo: cálculo de integrales definidas. Teorema fundamental del cálculo: Funciones definidas mediante integrales; derivación y propiedades. El Teorema del cambio total.
14	Del 08/06 al 12/06	Cálculo del área bajo una curva, y área entre curvas.
15	Del 15/06 al 19/06	Definición de integrales impropias e introducción al análisis de convergencia de integrales impropias de primera y de segunda especie; teoría y ejemplos.
16	Del 22/06 al 26/06	Definición de integrales impropias e introducción al análisis de convergencia de integrales impropias de primera y de segunda especie; teoría y ejemplos.
17	Del 29/06 al 03/07	Definición de la función logaritmo natural como integral definida; introducción a la deducción de propiedades de funciones logarítmicas y exponenciales.

## 6 Evaluación

Se realizará tres pruebas cortas y tres exámenes parciales. Cada prueba corta tendrá un valor de 5%. Las pruebas cortas se llevaran a cabo una semana antes de cada prueba parcial, las fechas se comunicaran en la página del curso. Así, los estudiantes serán evaluados sumativamente a partir de su desempeño en:

Rubro	%
I Parcial	20
II Parcial	30
III Parcial	35
Pruebas cortas	15
NA	100

### 6.1 Calendario de exámenes

Examen	Fecha	Hora	Contenidos
I Parcial	Miércoles 29 de abril	8:00 am	1.1-2.7
Repo I Parcial	Miércoles 6 de mayo	5:00 pm	1.1-2.7
II Parcial	Miércoles 3 de junio	8:00	2.8-4.2
Repo II Parcial	Miércoles 10 de junio	1:00 pm	2.8-4.2
III Parcial	Lunes 6 de julio	1:00 pm	4.3-4.9
Repo III Parcial	Martes 7 de julio	1:00 pm	4.3-4.9
Ampliación	Martes 14 de julio	1:00 pm	Todos
Suficiencia	Martes 14 de julio	1:00 pm	Todos

### 6.2 Reporte de la nota final

Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento NA indicada arriba, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente:

- Si  $NA \geq 6.75$  el estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios como 7.25 se redondean hacia arriba, es decir, 7.5
- Si  $5.75 \leq NA < 6.75$ , el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7 para aprobar el curso con nota 7, en caso contrario su nota será 6.0 o 6.5, la más cercana a NA.
- Si  $NA < 5.75$  pierde el curso.
- La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

### 6.3 Disposiciones para la realización de las evaluaciones

El estudiante debe presentarse puntualmente el día del examen en el aula que fue asignada a su grupo.

El estudiante debe traer un cuadernillo de examen y bolígrafo de tinta azul o negra, no se permitirá hojas sueltas. También es indispensable portar algún tipo de identificación con foto (cédula, licencia de conducir o carné universitario) *de lo contrario no podrá realizar la prueba*. En

los exámenes de este curso se permite únicamente el uso de calculadoras científicas que no sean programables y que no sean graficadoras.

## 6.4 Exámenes y pruebas cortas de reposición

Aquellos casos de estudiantes con ausencia justificada a un examen o prueba corta, tales como enfermedades (con justificación médica), o choques de exámenes (con constancia del Sr. coordinador respectivo), o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán realizar el examen o prueba corta de reposición. Para solicitar el examen o prueba corta de reposición debe llenar la boleta de justificación (se solicita en la secretaría de la Escuela de Matemática), con esta adjuntar la respectiva constancia y entregarla al profesor del grupo correspondiente en los cinco días hábiles siguientes después de realizada la prueba ordinaria. Sólo los estudiantes autorizados mediante este proceso pueden realizar el examen o prueba corta de reposición. La entrega de los documentos no implica la autorización para hacer el examen o prueba corta de reposición, el profesor debe aprobar la autorización una vez revisada la documentación. La fecha de reposición de la prueba corta será establecida una vez autorizada la misma.

## 6.5 Calificación de exámenes

El profesor debe entregar a los alumnos los exámenes calificados y sus resultados, a más tardar 10 días hábiles después de que este se realizó, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante la coordinación de la cátedra.

La pérdida comprobada de un examen por parte del profesor da derecho al estudiante a una nota equivalente al promedio de sus calificaciones en los otros dos exámenes, o a criterio del estudiante, a repetir el examen.

## 7 Horas de consulta

Cada profesor de la cátedra dispone de un horario de consulta, para atender a los estudiantes en sus dudas respecto a la materia del curso, así como los ejercicios propuestos para cada sección. Cabe aclarar que los estudiantes pueden ir a consulta con cualquier profesor de la cátedra, en el horario que le sea más favorable. Los horarios de consulta se detallan a continuación:

- Jeremías Ramírez Jiménez, Lunes, de 9:30 am a 12:30 pm, Oficina 310 Edificio Nuevo de Matemática.
- Cristian Alfaro Carvajal, Viernes, de 3:00 pm a 5:00 pm.

## 8 Avisos y contacto

Cualquier información importante relativa al curso será comunicada por la página del curso en Facebook, el nombre de la página es **Ma0213ucr**, en la misma se pondrá a disposición de los estudiantes este documento, así como las listas adicionales de ejercicios. también los avisos relativos a pruebas cortas y parciales, y cualquier otro de importancia. Los avisos relativos a las aulas de exámenes también serán publicados en la pizarra de la cátedra, en el segundo piso del edificio de Física y Matemáticas.

## 9 Estudiaderos

El CASE pone a disposición los estudiaderos, estos se llevan a cabo los miércoles a partir de las 8:00 am, y son atendidos por asistentes, en su mayoría estudiantes avanzados de varias carreras, quienes están a disposición para atender dudas de diversas áreas, en temas de teoría y de ejercicios. Se desarrolla en el aula 102 de Física y Matemática durante todo el semestre.

## 10 Profesores de la cátedra

Grupo	Profesor	Horario
1	Jeremías Ramírez Jiménez (Coord)	jeremias.ramirez@ucr.ac.cr
2	Cristian Alfaro Carvajal	cristian.alfaro.carvajal@una.cr

## 11 Referencias

Las referencias incluidas en esta carta constituye una guía para el profesor y el estudiante en cuanto al nivel de presentación de los temas incluidos en el programa.

El profesor puede ampliarla con otros libros de referencia de su preferencia.

- [1] Edwards, C; Penney, D. *Cálculo con trascendentes tempranas*, Séptima edición, Pearson education. México, 2008.
- [2] Haeussler, F; Paul, R; Wood, R. *Matemáticas para administración y economía*, Doceava edición, Pearson education. México, 2008.
- [3] Larson, R; Hostetler, R; Edwards, B. *Cálculo con geometría analítica*. Segunda edición, McGraw-Hill. México, 2006.
- [4] Stewart, J. *Cálculo. Trascendentes tempranas*, Thomson. 2008.
- [5] Sydsaeter, K; Hammond, P. *Matemáticas para el análisis económico*, Prentice Hall. Madrid, 1996.