

**UNIVERSIDAD DE COSTA RICA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS**  
**ESCUELA DE MATEMÁTICA**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA**  
**MA-1005 Ecuaciones Diferenciales para Ingeniería**  
**II CICLO 2012**

## Carta al Estudiante

**Créditos:** 4.

**Requisitos:** MA-1002 y MA-1004.

**Modalidad:** Semestral.

**Horas por semana:** 5.

**Naturaleza del curso:** teórico.

### Índice

<b>1. Descripción del curso.</b>	<b>2</b>
<b>2. Objetivos generales del curso</b>	<b>2</b>
<b>3. Objetivos Específicos</b>	<b>3</b>
<b>4. Contenido</b>	<b>3</b>
4.1. Elementos de ecuaciones diferenciales ordinarias de orden uno ( <b>3 semanas</b> ) . . .	3
4.2. Ecuaciones diferenciales lineales de orden arbitrario ( <b>3 semanas</b> ) . . . . .	4
4.3. Sistemas de ecuaciones diferenciales ( <b>3 semanas</b> ) . . . . .	4
4.4. La transformada de Laplace ( <b>3 semanas</b> ) . . . . .	5
4.5. Solución de ecuaciones diferenciales por medio de series ( <b>2 semanas</b> ) . . . . .	5
4.6. Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales ( <b>2 semanas</b> ) . . . . .	5
<b>5. Evaluación</b>	<b>6</b>
5.1. CRONOGRAMA DE EXÁMENES . . . . .	6
<b>6. Información General</b>	<b>7</b>
<b>7. Bibliografía</b>	<b>7</b>
<b>8. Profesores del curso</b>	<b>8</b>

# 1. Descripción del curso.

Queremos darles una cordial bienvenida al curso lectivo correspondiente al segundo ciclo de 2012, y la firme convicción de que será, sin lugar a dudas, de mucho provecho para todos y cada uno nosotros.

El curso de Ecuaciones Diferenciales para Ingeniería, cuyas siglas son MA-1005, trata sobre algunos aspectos elementales de las ecuaciones diferenciales, como rama de la matemática, pero no por ello debemos creer que es un curso trivial.

El curso abarcará los principales temas que incluyen la mayoría de textos tradicionales sobre ecuaciones diferenciales: métodos elementales de solución, sistemas de ecuaciones lineales, transformada de Laplace, soluciones de ecuaciones por medio de series de potencias y elementos de ecuaciones diferenciales parciales, y claro está con las debidas aplicaciones de estos métodos a problemas de física, química, electrónica, entre otros.

Este es un curso donde, con toda certeza, hay convergencia de casi la mayoría de los conceptos aprendidos a los largo de los cursos anteriores: derivación, integración, series y el álgebra lineal. Tendrá la oportunidad de usar estos conceptos en la resolución de los ejercicios así como también en las lecciones teóricas.

A lo largo del curso nos guíaremos bajo la premisa de que la matemática se aprende haciéndola y no leyéndola, con esto queremos enfatizar que esperamos de parte del estudiante un compromiso real con el trabajo que demandará el curso, y para ayudar a este fin citamos al filósofo alemán Emmanuel Kant, el cual apuntaba que deberíamos hacernos las siguientes preguntas: ¿Qué puedo saber?, y ¿qué debo hacer?

## 2. Objetivos generales del curso

- 2.1 Lograr que el estudiante adquiriera parte de las destrezas matemáticas necesarias para poder desempeñarse con solvencia como profesional en la disciplina de su interés.
- 2.2 Dar a conocer al estudiante los conceptos relativos a las Ecuaciones Diferenciales para que pueda comprender los modelos matemáticos de su especialidad que involucren tales ecuaciones.
- 2.3 Fomentar un espíritu crítico mediante la discusión de los conceptos fundamentales.
- 2.4 Dar a conocer al estudiante la teoría básica de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y los principales métodos de solución.
- 2.5 Dar a conocer al estudiante la teoría básica de las Series de Fourier y sus aplicaciones a la solución de algunas ecuaciones en derivadas parciales.
- 2.6 Presentar problemas, relacionados con diversas áreas de la ingeniería, que puedan ser modelados mediante una ecuación diferencial o mediante un sistema de ecuaciones diferenciales y resolverlos, interpretando los resultados dentro del área de su aplicación.

### 3. Objetivos Específicos

- 3.1 Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden (lineales o no) por los métodos clásicos.
- 3.2 Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias lineales, de cualquier orden, con coeficientes constantes y la ecuación de Euler.
- 3.3 Utilizar la Transformada de Laplace para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- 3.4 Aplicar el método de separación de variables para resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.
- 3.5 Utilizar series de potencias para resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales.

### 4. Contenido

#### 4.1. Elementos de ecuaciones diferenciales ordinarias de orden uno (3 semanas)

- Definición de ecuación diferencial ordinaria y en derivadas parciales.
- Solución, orden de una ecuación diferencial.
- Ecuaciones diferenciales en variables separables.
- Ecuaciones homogéneas y reducibles a homogéneas.
- Reducción de orden en ecuaciones diferenciales de segundo orden con una variable ausente.
- Ecuaciones de Ricatti, de Lagrange y de Clairaut. (**Estudio Independiente**)
- Ecuaciones exactas y reducibles a exactas por medio de un factor integrante.
- Ecuaciones lineales y reducibles a ellas. (Ecuación de Bernoulli.)
- Existencia y unicidad de solución para el problema de valor inicial
$$y' = f(x, y); \quad y(x_0) = y_0.$$
- Ecuación diferencial de una familia paramétrica de curvas planas.
- Trayectorias ortogonales en coordenadas rectangulares.
- Crecimiento y decrecimiento de poblaciones.
- Mezclas y reacciones químicas.
- Leyes del movimiento de Newton.
- Ley de enfriamiento de Newton.

## 4.2. Ecuaciones diferenciales lineales de orden arbitrario (3 semanas)

- Problemas de valor inicial. Existencia y unicidad de solución.
- Dependencia lineal e independencia lineal de soluciones. El Wronskiano. Fórmula de Abel.
- Ecuación diferencial lineal de orden  $n$ .
- Ecuación diferencial lineal homogénea de orden  $n$ .
- Espacio solución y su dimensión. Solución general.
- Obtención de una segunda solución a partir de una solución conocida.
- Ecuaciones homogéneas de segundo orden con coeficientes constantes.
- Ecuaciones de orden superior. Operadores diferenciales.
- Ecuaciones no homogéneas.
- Método de variación de parámetros.
- Método de coeficientes indeterminados.
- Ecuación de Euler. (**Estudio Independiente**)
- Movimiento armónico simple.
- Movimiento vibratorio amortiguado.
- Movimiento vibratorio forzado.
- Resortes.

## 4.3. Sistemas de ecuaciones diferenciales (3 semanas)

- Uso de operadores para eliminar incógnitas.
- Forma matricial de un sistema de ecuaciones diferenciales lineales. Matriz fundamental.
- Uso de valores y vectores propios para resolver sistema lineales homogéneos de primer orden.
- Variación de parámetros.

#### **4.4. La transformada de Laplace (3 semanas)**

- Definición y propiedades.
- Propiedades operacionales: teoremas de traslación, derivada de una transformada, transformada de una integral, transformada de una función periódica.
- Funciones impulso de Heaviside, función delta de Dirac y la función Gamma.
- Inversa de la transformada de Laplace.
- Transformada de Laplace de la convolución de funciones.
- Aplicaciones de la transformada de Laplace a la solución de ecuaciones diferenciales e integro-diferenciales.
- Redes eléctricas, resortes acoplados, mezclas químicas.

#### **4.5. Solución de ecuaciones diferenciales por medio de series (2 semanas)**

- Puntos ordinarios. Solución en una vecindad de un punto ordinario.
- Puntos singulares. Solución en una vecindad de un punto singular regular.
- Método de Frobenius.
- Casos especiales: raíces repetidas y diferencia entera de raíces.

#### **4.6. Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (2 semanas)**

- Definición y ejemplos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.
- Solución de algunas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, sencillas.
- Funciones ortogonales. Series de Fourier.
- Método de separación de variables.
- Ecuación de onda (vibraciones u oscilaciones).
- Ecuación del calor (conducción o difusión del calor).
- Ecuación de Laplace (potencial eléctrico o gravitacional).

## 5. Evaluación

La evaluación del curso consistirá de tres exámenes parciales y de un examen corto. La materia a evaluar en cada uno de los exámenes parciales se indica a continuación:

- Examen I temas a evaluar: 4.1, 4.2
- Examen II temas a evaluar: 4.3, 4.4
- Examen III temas a evaluar: 4.5, 4.6

Los exámenes parciales tendrán un valor de 30% cada uno, y el examen corto tendrá un valor de 10%.

La materia a evaluar en el examen corto la constituirán los primeros ocho incisos del tema 4.1 que se señala previamente, y la fecha en que se realizará se indica en la siguiente tabla.

Se pondrá a disposición de los estudiantes una lista de ejercicios. Estos ejercicios pretenden reforzar lo visto en clase y profundizar en aquellos temas que no pueden ser tratados de manera exhaustiva en el aula, como por ejemplo los temas de estudio independiente. Todos los contenidos de la lista de ejercicios hacen parte del material a ser evaluado en los exámenes parciales correspondientes.

### 5.1. CRONOGRAMA DE EXÁMENES

#### Parciales, Ampliación y Suficiencia:

Examen	Fecha	Hora
Parcial I	Miércoles 26 de Setiembre	1-4 p.m.
Examen Corto	3-7 Setiembre	En clase
Parcial II	Miércoles 7 de Noviembre	1-4 p.m.
Parcial III	Viernes 30 de Noviembre	8-11 a.m.
Ampliación	Sábado 8 de Diciembre	8-11 a.m.
Suficiencia	Miércoles 14 de Noviembre	8-11 a.m.

#### Reposiciones:

Examen	Fecha	Hora
Reposición I	Sábado 6 de Octubre	1-4 p.m.
Reposición II	Sábado 17 de Noviembre	1-4 p.m.
Reposición III	Martes 4 de Diciembre	8-11 a.m.

El estudiante que se vea imposibilitado, por razones justificadas, para efectuar una evaluación en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre a sus estudios. Esta solicitud debe presentarse ante el profesor del curso, adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor determine, en los tres

días posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Para más información al respecto consultar el artículo 24, capítulo VI del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil.

Las reposición de alguno de los exámenes de reposición será realizada por el profesor del grupo respectivo, previamente comunicado y analizado por el coordinador del curso.

## 6. Información General

El coordinador del curso es el profesor José Rosales Ortega, oficina 263 CI. Cualquier situación que deseen consultar con respecto al curso por favor contactarlo al correo rosalesortega@gmail.com

El curso cuenta con una pizarra de información ubicada en el segundo piso del edificio de Física y Matemática. La información que indique el lugar(las aulas) donde se efectuarán las pruebas será puesta en esta pizarra con al menos cinco días hábiles de antelación, en cumplimiento de lo establecido en el artículo 18, inciso c) del reglamento de régimen académico estudiantil.

Algunas fechas a tener en cuenta en el semestre son las siguientes:

- El semestre va del 6 de agosto al 24 de noviembre.
- Miércoles 15 de Agosto es feriado.
- Sábado 15 de Setiembre es feriado.
- Lunes 15 de Octubre es feriado.

## 7. Bibliografía

1. Edwards, C. Henry y David E. Penney, Ecuaciones Diferenciales, Pearson Educación, México, 2001.
2. Kiseliiov, A., M. Krasnov y G. Makarenko, Problemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Editorial MIR, Mosc, 1988.
3. Nagle, R. Kent, Edward B. Saff y A. D. Snider, Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera, Pearson Educación, México, 2001.
4. Rainville, Earl D, Phillip E. Bedient y R. E. Bedient, Ecuaciones Diferenciales, Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A., México, 1998.
5. Simmons, George F., Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones y Notas Históricas, McGraw-Hill, Madrid, 1997.
6. Spiegel, Murray R., Ecuaciones Diferenciales Aplicadas, Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A., México, 1987.
7. Zill, Dennis G. y Michael R. Cullen, Ecuaciones Diferenciales con Problemas de Valores en la Frontera. 5. edición. Thomson Learning, México, 2002.

## 8. Profesores del curso

GRUPO	HORARIO	AULA	PROFESOR
001	L 07:00 a 09:50 J 07:00 a 08:50	213 CS-213 CS	Lourdes Hernández
002	L 07:00 a 08:50 J 07:00 a 09:50	212 CS-216 FM	Alejandra Camacho
003	L 10:00 a 12:50 J 09:00 a 10:50	402 FM-402 FM	Greivin Hernández
004	L 10:00 a 12:50 J 11:00 a 12:50	126 CE-126 CE	Luis Gómez
005	L 13:00 a 14:50 J 13:00 a 15:50	241 CE-241 CE	Lourdes Hernández
006	L 15:00 a 16:50 J 16:00 a 18:50	216 FM-216 FM	Eduardo Díaz
007	L 16:00 a 18:50 J 17:00 a 18:50	213 FM-213 FM	Iván Ramírez
008	K 07:00 a 09:50 V 07:00 a 08:50	440 CE-214 CE	Han Chou
009	K 09:00 a 10:50 V 10:00 a 12:50	207 AG-143 CE	José Rosales
010	K 10:00 a 12:50 V 11:00 a 12:50	112 IN-112 IN	Raúl Bolaños
011	K 13:00 a 15:50 V 13:00 a 14:50	402 FM-402 FM	Greivin Hernández
012	K 15:00 a 16:50 V 16:00 a 18:50	040 CE-142 CE	Raúl Bolaños
013	K 16:00 a 18:50 V 17:00 a 18:50	104 MI-104 MI	Gilberto Vargas Mathey